

## HOZAM ÉS GYAKORISÁG

KISS MIKLÓS

### Összefoglalás

*A nehéz magok (vas felett) neutronbefogási folyamatok során keletkeznek. Ezen elemek gyakoriságát jellemzi az elemgyakoriság, az izotóp gyakoriság, illetve a magok gyakorisága, vagyis a magok egyedi gyakorisága. Nagyon hasznosnak tűnik a magok egyedi gyakoriságának vizsgálata. Ez a megközelítés lehetőséget ad új információk kiolvasására a tapasztalt gyakoriságokból. Ami fontos, lehetséges becslést adni, hogy milyen neutronsűrűség szükséges a tapasztalt gyakoriságok reprodukálásához egyensúlyi magszintézist feltételezve. Ez akkor lehetséges, amikor két stabil magot egy nem stabil mag választ el. Ezekben a helyeken vizsgáltuk, hogy milyen neutronsűrűség kell az egyensúlyi magszintézishez.*

*A magok részleges keletkezésének lehetősége egy másik fontos kérdés. Matematikai definíciót találtunk egy egységes interpretációjára annak, hogy egy elágazás mikor zár izotonikusan és mikor nyílik izotopikusan. Egy sokkal kifejezőbb jellemzőt vezettünk be az elágazás jellemzésére, az ún. részleges keletkezés mértékét. Ezzel képesek vagyunk meghatározni a jellemző neutronsűrűség értéket. Azt találtuk, hogy a tapasztalt magarányokat közepes neutronsűrűség mellett kaphatjuk meg ( $\leq 2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ). Ez pl. az AGB csillagokban is elő fordul. Fontos kérdés a  $^{60}\text{Fe}$  keletkezése. Azt találtuk, hogy az ehhez szükséges neutronsűrűség  $n \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .*

*A neutronbefogásos magszintézis során a legfontosabb jellemző mennyiség az egyedi maggyakoriság és a neutronbefogási hatáskeresztmetszet szorzata. Ezzel a mennyiséggel az s-magokkal  $\sigma \cdot N$  szinteket állapíthatunk meg.*

**Kulcsszavak:** magszintézis, gyakoriság, neutronsűrűség, elágazási arány, részleges keletkezés, AGB csillag,  $^{60}\text{Fe}$ ,  $\sigma \cdot N$

## RATE AND ABUNDANCE

### Abstract

*Heavy elements (above iron) are formed in neutron capture nucleosynthesis processes. Abundances of these elements can be classified as elemental abundance, isotopic abundance, and abundance of nuclei or individual abundance. It seems worthwhile to investigate the individual abundance of nuclei. This approach allows reading out new information about the abundances that are experienced. What is important and possible to estimate is the neutron density required, to replace the measured abundance of the nuclei, assuming equilibrium processes. This is possible when two stable nuclei are separated by an unstable nucleus.*

*At these places we investigated the neutron density required for the equilibrium nucleosynthesis.*

*Another important question is the possibility of partial formation of the nuclei. We found a mathematical definition for the unified interpretation of when a branching point closes at isotonic case and when it opens at isotopic case. We introduced a more expressive variant for branching, called partial formation rate. With these we are capable of determining the characteristic neutron density values. We found that all experienced nuclei ratios can be obtained at intermediate neutron density ( $\leq 2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ). This occurs e.g., in AGB stars. An important question is the formation of  $^{60}\text{Fe}$ . For this, we identified, that the required neutron density is  $n \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .*

*The most important quantity during the neutron capture process quantity is the product of the individual abundance and the neutron capture cross section. With this quantity and with the s-nuclei we identify  $\sigma \cdot N$  levels.*

**Keywords:** nucleosynthesis, abundance, neutron density, branching factor, partial formation rate, AGB stars,  $^{60}\text{Fe}$ ,  $\sigma \cdot N$ .

## Bevezetés / Introduction

BBFH, Cameron 1957-ben fektették le a neutronbefogásos magszintézis alapjait. Az eredeti ötlet Gamowtól származik, de ő az Ősrobbanást tekintette a neutronbefogási folyamat színterének [1,2,3]. BBFH alapvető cikke azóta is fontos kiindulópont. Ők osztályozták a fő folyamatokat. A gyakorisággörbe kettős maximuma miatt két klasszikus neutronbefogásos folyamatot szokás kiemelni: a kis neutronsűrűség esetén megvalósuló s-folyamatot és a nagy neutronsűrűséghez tartozó r-folyamatot. A cél megfelelő modelleket készíteni ezekhez a folyamatokhoz, és megtalálni azokat a csillagfejlődési állomásokat, ahol a körülmények lehetővé teszik e folyamatok megvalósulását.

A modellek próbaköve az s-magok gyakoriságának reprodukálása, mondta Käppeler [4].

Van azonban egy másik lehetőségünk. A gyakoriságok jelentik a keletkezés körülményeinek a lenyomatát. A tapasztalt gyakoriságok a különböző körülmények között megvalósuló folyamatok során kialakuló gyakoriságok szuperpozíciójaként jönnek létre.

A gyakoriságok azonban őriznek információkat a keletkezés körülményeiről. Megkérdezhettük például, hogy bizonyos helyzetű stabil magok esetén milyen neutronsűrűség esetén keletkezhet az egyik magból a másik mag egyensúlyi folyamatban úgy, hogy gyakoriságuk aránya a tapasztalt legyen. Ezt a kérdést először Debrecenben az Atomki által 2014 júliusában megrendezett Nuclei in the Cosmos (NICXIII.) konferencián tettem fel [5]. Ezekben a vizsgálatokban az **egyensúlyi magszintézist** vizsgáljuk. A neutronbefogásos folyamat során egy stabil magból neutronbefogással keletkező új stabil mag mennyisége először növekszik, majd beáll a keletkezési egyensúly. Ha a neutronfluxus megszűnik, ez az arány már nem változik. A lehetséges keletkezési színterek miatt ez nem feltétlenül így valósul meg, azonban az s-magok segítségével le lehet választani a megfelelő mennyiségeket.

Lehetséges kérdések összefoglalva:

Két, alkalmas helyzetű, kiválasztott stabil mag gyakoriságából kiindulva:

1. Mekkora neutronsűrűség mellett érhető el a tapasztalt gyakoriságarány?
2. Mekkora neutronsűrűség mellett érhető el a tapasztalt gyakoriságarány adott része?
3. Milyen gyakoriságarány érhető el adott neutronsűrűség esetén?

Egy stabil magból kiindulva:

4. Mennyi nem stabil mag (pl.  $^{60}\text{Fe}$ ) keletkezik adott neutronsűrűség esetén?

Ezekről és az azóta elért eredményeimről számoltam be a soproni Fizikus Vándorgyűlésen és erről szól a következő írás.

### A magok azonosítása / Identification of nuclei

Hagyományosan a magokat elem centrikusan közelítjük meg, egy elem izotópjait tekintjük, az elem nevével és a tömegszámával azonosítjuk. Az elemfogalom a kémiai tulajdonságokhoz, vagyis az elektronszerkezethez kötődik. A magok szempontjából ennek csak annyi a jelentősége, hogy az ionizálatlan atomnak annyi elektronja van, amennyi protonja. Ennek a magok keletkezése szempontjából nincs jelentősége, a proton és a neutron is az atommagok egyenrangú építőköve. Ezért azt kell kiemelnünk, hogy az egyedi mag hány protont és hány neutront tartalmaz. A magokat ezért a továbbiakban a protonszámmal (Z) és a neutronszámmal (N) azonosítjuk, és a gyakoriságukat is magonként egyedileg tekintjük a szokásos izotópgyakoriság helyett.

A  $^{96}\text{Zr}$  magnak 2,80% az izotopikus gyakorisága, míg a  $^{98}\text{Mo}$  magnak 24,13%. Ugyanakkor az egyedi gyakoriságuk 0,32 és 0,605 (1. ábra). Az izotópgyakoriság nem teszi lehetővé a magok tényleges gyakoriságának összehasonlítását, az egyedi gyakoriság alapján a tetszőleges magpár mennyisége összehasonlítható [6,7].

							52	53	54	55	56	57	58
$^{96}\text{Ru}$ STABLE 55,4%	$^{97}\text{Ru}$ 2,791 D ε: 100,00%	$^{98}\text{Ru}$ STABLE 1,87%	$^{99}\text{Ru}$ STABLE 12,76%	$^{100}\text{Ru}$ STABLE 12,60%	$^{101}\text{Ru}$ STABLE 17,06%	$^{102}\text{Ru}$ STABLE 51,55%							
<b>Ru</b>	<b>44</b>	<b>0,102</b>		<b>0,035</b>	<b>0,237</b>	<b>0,235</b>	<b>0,318</b>	<b>0,587</b>					
$^{95}\text{Tc}$ 20,0 H ε: 100,00%	$^{96}\text{Tc}$ 4,28 D ε: 100,00%	$^{97}\text{Tc}$ 4,21E+6 Y ε: 100,00%	$^{98}\text{Tc}$ 4,2E+6 Y β-: 100,00%	$^{99}\text{Tc}$ 2,111E+5 Y β-: 100,00%	$^{100}\text{Tc}$ 15,46 S β-: 100,00% ε: 1,8E-3%	$^{101}\text{Tc}$ 14,22 M β-: 100,00%							
<b>Tc</b>	<b>43</b>												
$^{94}\text{Mo}$ STABLE 9,25%	$^{95}\text{Mo}$ STABLE 15,92%	$^{96}\text{Mo}$ STABLE 16,68%	$^{97}\text{Mo}$ STABLE 9,55%	$^{98}\text{Mo}$ STABLE 24,13%	$^{99}\text{Mo}$ 2,7489 D β-: 100,00%	$^{100}\text{Mo}$ 7,3E+18 Y 9,63% 2β-: 100,00%							
<b>Mo</b>	<b>42</b>	<b>0,231</b>	<b>0,401</b>	<b>0,422</b>	<b>0,241</b>	<b>0,605</b>						<b>0,246</b>	
$^{93}\text{Nb}$ STABLE 100%	$^{94}\text{Nb}$ 2,03E+4 Y β-: 100,00%	$^{95}\text{Nb}$ 34,991 D β-: 100,00%	$^{96}\text{Nb}$ 23,35 H β-: 100,00%	$^{97}\text{Nb}$ 72,1 M β-: 100,00%	$^{98}\text{Nb}$ 2,86 S β-: 100,00%	$^{99}\text{Nb}$ 15,0 S β-: 100,00%							
<b>Nb</b>	<b>41</b>	<b>0,698</b>											
$^{92}\text{Zr}$ STABLE 17,15%	$^{93}\text{Zr}$ 1,53E+6 Y β-: 100,00%	$^{94}\text{Zr}$ STABLE 17,38%	$^{95}\text{Zr}$ 64,032 D β-: 100,00%	$^{96}\text{Zr}$ >3,9E+20 Y 2,80% 2β-:	$^{97}\text{Zr}$ 16,744 H β-: 100,00%	$^{98}\text{Zr}$ 30,7 S β-: 100,00%							
<b>Zr</b>	<b>40</b>	<b>1,618</b>		<b>1,982</b>		<b>0,319</b>							

1. ábra / Figure 1.

Az egyedi maggyakoriságok több forrásban megtalálhatók, pl.: [8,9].

### A neutronbefogásos magszintézis alapegyenlete / The basic equation of neutron capture nucleosynthesis

Ezzel az egyedi magazonosítással a neutronbefogásos magszintézis alapegyenletei a következő alakot veszik fel:

$$\frac{dN_{Z,N}}{dt} = n(t)N_{Z,N-1}(t) \langle \sigma v \rangle_{Z,N-1} + \lambda_{\beta} N_{Z-1,N+1}(t) + \lambda_{\alpha} N_{Z+2,N+2}(t) - n(t)N_{Z,N}(t) \langle \sigma v \rangle_{Z,N} - \lambda_{\beta} N_{Z,N}(t) - \lambda_{\alpha} N_{Z,N}(t) + \dots \quad (1)$$

Itt  $n$  a neutronsűrűség,  $N_{Z,N}$  az adott egyedi mag mennyisége,  $\sigma$  a neutronbefogási hatáskeresztmetszet,  $v$  az átlagos sebesség adott hőmérsékleten és  $\lambda$  a bomlási állandó. Az

egyes magokra vonatkozó egyenletek egy csatolt differenciálegyenlet-rendszert alkotnak, amely a megfelelő adatok ismeretében számítógéppel elvileg megoldható. [10]

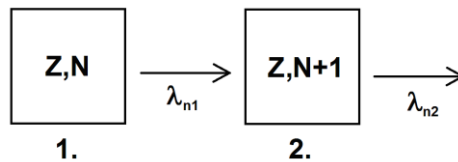
A továbbiakban az egyenletet egyensúlyi esetekre alkalmazzuk. Az egyensúly azt jelenti, hogy az adott mag mennyisége időben állandó, vagyis éppen annyi keletkezik belőle, amennyi átalakul.

$$\frac{dN}{dt} = 0 \quad (2)$$

A keletkezés és átalakulás lehetséges neutronbefogással, illetve bomlással. A többi lehetséges folyamattal itt nem foglalkozunk, bár némelyik magnál a gyakoriság kialakulásában szerepe lehet más folyamatoknak is. A továbbiakban áttekintjük a számunkra fontos alapeseteket és megvizsgáljuk, milyen információra tudunk következtetni az egyedi maggyakoriságok segítségével.

***Első izotopikus eset: két szomszédos stabil izotóp / First isotopic case: two adjacent stable isotopes***

Az első eset, amikor két szomszédos stabil izotópot tekintünk (2. ábra). Első közelítésben feltételezzük, hogy az összes második magból keletkezik neutronbefogással. Ez nem biztos, hogy mindig teljesül, esetleg lehetséges oldalhozam is bomlással.



**2. ábra / Figure 2.**

Az egyenlet erre az esetre:

$$\frac{dN_2}{dt} = n_n N_1 \langle \sigma v \rangle_1 - n_n N_2 \langle \sigma v \rangle_2 \quad (3)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = n_n v (N_1 \sigma_1 - N_2 \sigma_2) \quad (4)$$

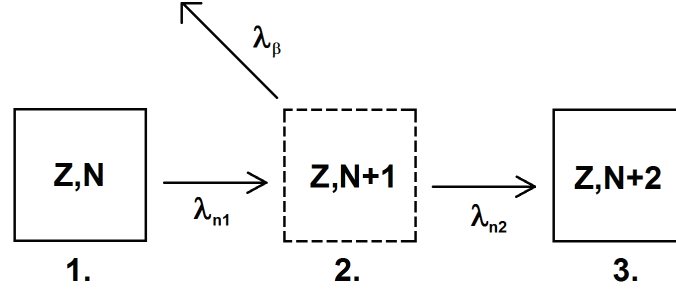
Mivel egyensúlyi keletkezés esetén  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ , a jól ismert alakú összefüggést kapjuk, amelyben most nem a tömegszám szerinti, hanem az egyedi gyakoriság szerepel:

$$N_1 \sigma_1 = N_2 \sigma_2 \quad (5)$$

A kapott eredmény nem tartalmaz adatot a keletkezés körülményeire! Szomszédos stabil izotópok gyakorisága nem utal a keletkezés körülményeire.

***Második izotopikus eset: két stabil izotóp egy nem stabil maggal elválasztva / Second isotopic case: two stable isotopes separated by an unstable nucleus***

A második izotopikus esetben a két stabil izotópot egy nem stabil mag választja el. A nem stabil mag az esetek nagyobb részében bétabomlással alakul át (3. ábra). Első közelítésben feltételezzük, hogy az összes második mag az elsőből keletkezik és az összes harmadik a másodikból.



3. ábra / Figure 3.

Az egyenlet erre az esetre:

$$\frac{dN_2}{dt} = n_n N_1 \langle \sigma v \rangle_1 - n_n N_2 \langle \sigma v \rangle_2 - \lambda_\beta N_2 \quad (6)$$

A sztatikának megfelelően  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ , ezért:

$$0 = n_n (N_1 \langle \sigma v \rangle_1 - N_2 \langle \sigma v \rangle_2) - \lambda_\beta N_2 \quad (7)$$

$$\lambda_\beta N_2 = n_n (N_1 \langle \sigma v \rangle_1 - N_2 \langle \sigma v \rangle_2) \quad (8)$$

$$\lambda_\beta N_2 = n_n v (N_1 \sigma_1 - N_2 \sigma_2) \quad (9)$$

$$\lambda_\beta = n_n v \left( \frac{N_1}{N_2} \sigma_1 - \sigma_2 \right) \quad (10)$$

Ha feltételezzük, hogy az összes harmadik mag csak a másodikból keletkezik:

$$\frac{dN_3}{dt} = n_n N_2 \langle \sigma v \rangle_2 - n_n N_3 \langle \sigma v \rangle_3 \quad (11)$$

Az egyensúlyi keletkezésnek megfelelően  $\frac{dN_3}{dt} = 0$ , így erre az előző esetnek megfelelően:

$$N_2 \sigma_2 = N_3 \sigma_3 \quad (12)$$

$$N_2 = N_3 \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \quad (13)$$

Az  $N_2$  mennyisége kiesik:

$$\lambda_\beta = n_n v \left( \sigma_1 \frac{N_1 \sigma_2}{N_3 \sigma_3} - \sigma_2 \right) \quad (14)$$

$$\frac{\lambda_\beta}{n_n v} + \sigma_2 = \frac{N_1 \sigma_1 \sigma_2}{N_3 \sigma_3} \quad (15)$$

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\left( \frac{\lambda_\beta}{n_n v} + \sigma_2 \right) \sigma_3} \quad (16)$$

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{\langle \sigma v \rangle_1}{\langle \sigma v \rangle_3} \frac{\langle \sigma v \rangle_2}{\frac{\lambda_\beta}{n_n} + \langle \sigma v \rangle_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \frac{\sigma_2}{\frac{\lambda_\beta}{n_n v} + \sigma_2} \quad (17)$$

A kapott eredményben szerepel a neutronsűrűség, vagyis információ a keletkezés lehetséges körülményeiről. Fontos emlékezni arra a jól ismert körülményre, hogy  $\langle \sigma v \rangle = \sigma \cdot v = \text{állandó}$  alacsony és közepes neutronsűrűség esetén [4]. Így elegendő ismernünk a 30 keV-hez tartozó neutronbefogási hatáskeresztmetszeteket.

Ebből az összefüggésből megkaphatjuk az egyensúlyi neutronsűrűség értékét, ami fontos jellemző a keletkezés körülményeit tekintve.

$$n_n = \frac{\lambda_\beta}{v(\sigma_1 \frac{N_1 \sigma_2}{N_3 \sigma_3} - \sigma_2)} \quad \text{vagy} \quad n_n = \frac{\lambda_\beta \sigma_3}{v \sigma_2 (\sigma_1 \frac{N_1}{N_3} - \sigma_3)} \quad (18,19)$$

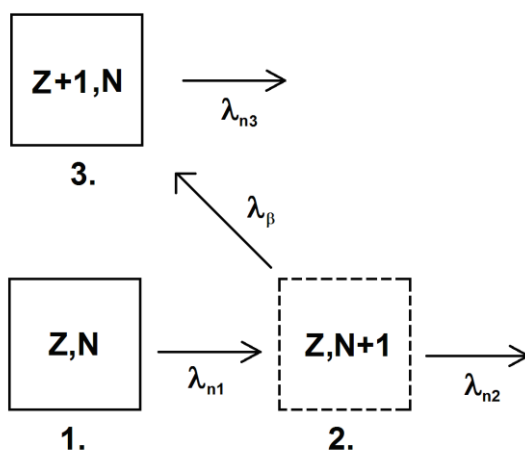
Természetesen e neutronsűrűségnek fontos jelentése van: ha a neutronsűrűség ennél kisebb lenne, akkor nem keletkezne a harmadik magból a tapasztalt mennyiség.

#### *Izotonikus eset: két szomszédos stabil izotón / Isotonic case: two adjacent stable isotopes*

Az izotónok éppen olyan fontosak az egyedi magok között, mint az izotópok. Keletkezésük azonban csak egy bétabomlás (a vizsgált esetekben) segítségével valósul meg szomszédos izotónok esetén is (4. ábra). A kérdés ismét az, hogy a tapasztalt gyakoriságarány mekkora neutronsűrűség esetén valósulhat meg.

A második mag mennyisége:

$$\frac{dN_2}{dt} = n_n N_1 \langle \sigma v \rangle_1 - n_n N_2 \langle \sigma v \rangle_2 - \lambda_\beta N_2 \quad (20)$$



4. ábra / Figure 4.

Egyensúly esetén  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ , ezért

$$n_n N_1 \langle \sigma v \rangle_1 = n_n \langle \sigma v \rangle_2 N_2 + \lambda_\beta N_2 \quad (21)$$

Mivel egyensúly van  $\frac{dN_3}{dt} = 0$ , vagyis a harmadik mag mennyisége is állandó, így

$$\lambda_\beta N_2 = n_n N_3 \langle \sigma v \rangle_3 \quad (22)$$

A két egyensúly egyenletből az  $N_2$  mennyisége kiesik:

$$\frac{N_1 \langle \sigma v \rangle_1}{N_3 \langle \sigma v \rangle_3} = \frac{n_n \langle \sigma v \rangle_2 + \lambda_\beta}{\lambda_\beta} \quad (23)$$

$$\frac{N_1 \langle \sigma v \rangle_1}{N_3 \langle \sigma v \rangle_3} \lambda_\beta - \lambda_\beta = n_n \langle \sigma v \rangle_2 \quad (24)$$

Ebből ismét kifejezhető az egyensúlyi keletkezésre jellemző neutronsűrűség:

$$n_n = \frac{\frac{N_1 \langle \sigma v \rangle_1}{N_3 \langle \sigma v \rangle_3} \lambda_\beta - \lambda_\beta}{\langle \sigma v \rangle_2} \quad \text{vagy} \quad n_n = \frac{\frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} - 1}{\frac{\sigma_2}{v}} \lambda_\beta \quad (25,26)$$

Mivel  $\langle \sigma v \rangle = \sigma \cdot v = \text{állandó}$  itt is elég ismerni a 30keV-hez tartozó neutronbefogási hatáskeresztmetszeteket.

$$n_n = \frac{\lambda_\beta}{v \sigma_2} \left( \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} - 1 \right) \quad (27)$$

Tehát itt is kapunk információt a keletkezés lehetséges körülményeiről, a jellemző neutronsűrűségről!

Ha nincs a második, nem stabil magnál neutronbefogás, akkor  $N_1 \sigma_1 = N_3 \sigma_3$  adódik itt is. (kis neutronsűrűségű határeset)

### ***A magok részleges keletkezése / Partial formation of nuclei***

Megnéztük az ismert gyakoriságarányokat, elemeztük a lehetséges keletkezést, megtaláltuk a szükséges neutronsűrűséget. Más kérdést is vizsgálhatunk: azt, hogy  $N_1$  magból  $k \cdot N_3$  mag keletkezzen. Arra gondolhatunk, hogy  $0 < k \leq 1$ , de ezt nem szükséges előírni, ha a lehetőségeket vizsgáljuk. Mekkora neutronsűrűség szükséges a  $k$ -szoros mennyiség keletkezéséhez? ( $k$ : részleges keletkezési arány)

A korábban kapott eredmények felhasználhatók, csak  $N_3$  helyett  $k \cdot N_3$ -at kell írunk.

Ennek megfelelően a szükséges neutronsűrűségek izotopikus, illetve izotonikus esetben (19) és (27) alapján:

$$n_n = \frac{\lambda_\beta \sigma_3}{v \sigma_2} \frac{1}{\left( \frac{N_1 \sigma_1}{k N_3} - \sigma_3 \right)}, \quad \text{illetve} \quad n_n = \frac{\lambda_\beta}{v \sigma_2} \left( \frac{N_1 \sigma_1}{N_2 \sigma_2} \frac{1}{k} - 1 \right) \quad (28,29)$$

### ***Adott neutronsűrűség / Given neutron density***

Az előbbi kérdés megfordítása nagyon hasznos a neutronbefogásos magszintézis körülményeinek vizsgálata során. Adott neutronsűrűség esetén az első magból a harmadik mag gyakoriságának hanyadrésze keletkezhethet:  $N_1 \rightarrow k N_3$ , vagy azt is mondhatjuk, hogy egyáltalán mennyi harmadik mag keletkezik:  $N_3' = k N_3$ .

Az egyes esetekre konkrétan megfogalmazhatjuk a kérdést, adott neutronsűrűség mellett a gyakoriság hányad része keletkezik izotopikusan? Az előzőekből  $k$ -ra a következőket kapjuk izotopikusan, illetve izotonikusan:

$$k = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_n + \lambda_\beta} \right), \quad \text{illetve} \quad k = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \left( \frac{\lambda_\beta}{\lambda_n + \lambda_\beta} \right) \quad (30,31)$$

Izotopikus esetben jelöljük az arányt  $k_z$ -vel:

$$k_z = R \frac{\lambda_n}{(\lambda_n + \lambda_\beta)} = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \frac{\lambda_n}{(\lambda_n + \lambda_\beta)} = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \frac{\frac{\lambda_n}{\lambda_\beta}}{\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_\beta} + 1\right)} \quad (32)$$

Vezessük be a következő jelölést:  $x = \frac{\lambda_n}{\lambda_\beta}$ , ami a neutronbefogás és a bétabomlás valószínűségének aránya (látszik, ha az idővel bővítünk):

$$g(x)_z = R \frac{x}{(x+1)} = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \frac{x}{(x+1)} = R \cdot f_n(x) \quad (33)$$

Itt  $f_n$  a klasszikus elágazási arány neutronbefogásra  $\left(f_n = \frac{\lambda_n}{(\lambda_n + \lambda_\beta)}\right)$ .

Ha nem a gyakoriságok arányára, hanem a harmadik mag mennyiségre kérdezzük:

$$N'_3 = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3} \frac{\lambda_n}{(\lambda_n + \lambda_\beta)} = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3} \frac{\frac{\lambda_n}{\lambda_\beta}}{\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_\beta} + 1\right)} \quad (34)$$

A kérdés megfordítása izotonikus esetben:

Adott neutronsűrűség mellett hányad rész keletkezik izotonikusan? Izotonikus esetben jelöljük az arányt  $k_N$ -nel:

$$k_N = R \frac{\lambda_\beta}{(\lambda_n + \lambda_\beta)} = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \frac{\lambda_\beta}{(\lambda_n + \lambda_\beta)} = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \frac{1}{\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_\beta} + 1\right)} \quad (35)$$

Itt is alkalmazva az előbb bevezetett jelölést:  $x = \frac{\lambda_n}{\lambda_\beta}$

$$g(x)_N = R \frac{1}{(x+1)} = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \frac{1}{(x+1)} = R \cdot f_\beta(x) \quad (36)$$

Ahol  $f_\beta$  a klasszikus elágazási arány bétabomlásra.  $\left(f_\beta = \frac{\lambda_\beta}{(\lambda_n + \lambda_\beta)}\right)$

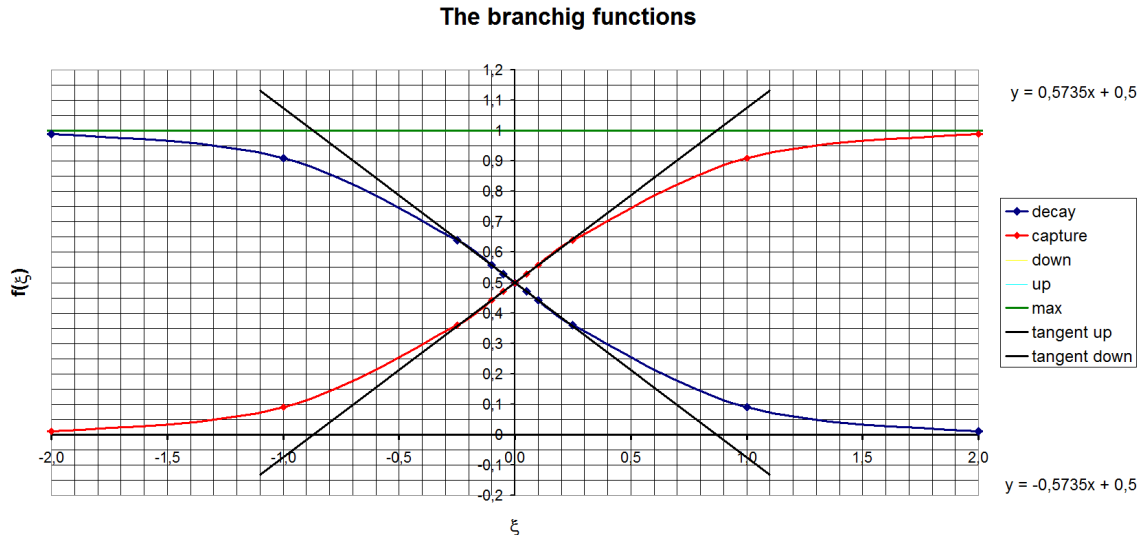
Itt is kérdezhetünk a harmadik mag mennyiségre:

$$N'_3 = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3} \frac{\lambda_\beta}{(\lambda_n + \lambda_\beta)} = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3} \frac{1}{\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_\beta} + 1\right)} \quad (37)$$



**Az elágazási arány függvény matematikai elemzése / Mathematical analysis of the branching ratio function**

Érdeemes a klasszikus elágazási arányokat logaritmikusan ábrázolva ( $\xi = \lg x$ ) megvizsgálni. Ebben az ábrázolásban két szimmetrikus függvénygörbe adódik (5. ábra).



**5. ábra / Figure 5.**

Ebben az ábrázolásban természetesen adódnak az egyes folyamatokra jellemző értékek a  $\xi$  mennyiségre és ezen keresztül az  $x$ -re. A két folyamat akkor kerül egyensúlyba, ha  $\xi = 0$ , vagyis, ha  $x = 1$ . Ezt természetes. Ami érdekesebb, hogy meddig jelentős egy adott mag izotonikus átalakulása és mikor lesz jelentős a mag izotopikus átalakulása, vagyis mekkora neutron-sűrűségig dominál a bomlás és mekkora neutron-sűrűségtől válik jelentőssé a neutronbefogás.

A logaritmikusan ábrázolás következtében szimmetrikussá vált grafikonok alapján a következő megközelítés tűnik célszerűnek:

Vegyük a görbék  $\xi = 0$  helyhez tartozó érintőit! Ahol az egyik érintő függvény nulla, illetve a másik egy értéket vesz fel, ott izotopikusan kezd nyitni az elágazási pont, illetve izotonikusan kezd zárni az elágazási pont. A zárás és a nyitás nem teljes, de dominánssá válik valamelyik folyamat, míg a másik még nem, vagy már nem jelentős.

**A jellemző neutron-sűrűség értékek / Typical neutron density values**

Ha elvégezzük a számításokat, vagyis megkeressük az érintők megfelelő pontjait, az 1. táblázatban megadott értékekhez jutunk.

**1. táblázat: A jellemző neutron-sűrűség értékek / Table 1. Typical neutron density values**

$\xi$	$x$	elágazási arány		a csatorna	
		$f_n(x)$	$f_\beta(x)$	izotopikusan	izotonikusan
-0,872	0,135	0,119	0,881	nyílik	záródik
0,872	7,398	0,881	0,119	nyitott	lezárt

Az izotopikus (befogási) csatorna kezd nyitni, az izotonikus (bomlási) kezd lezárni, ha

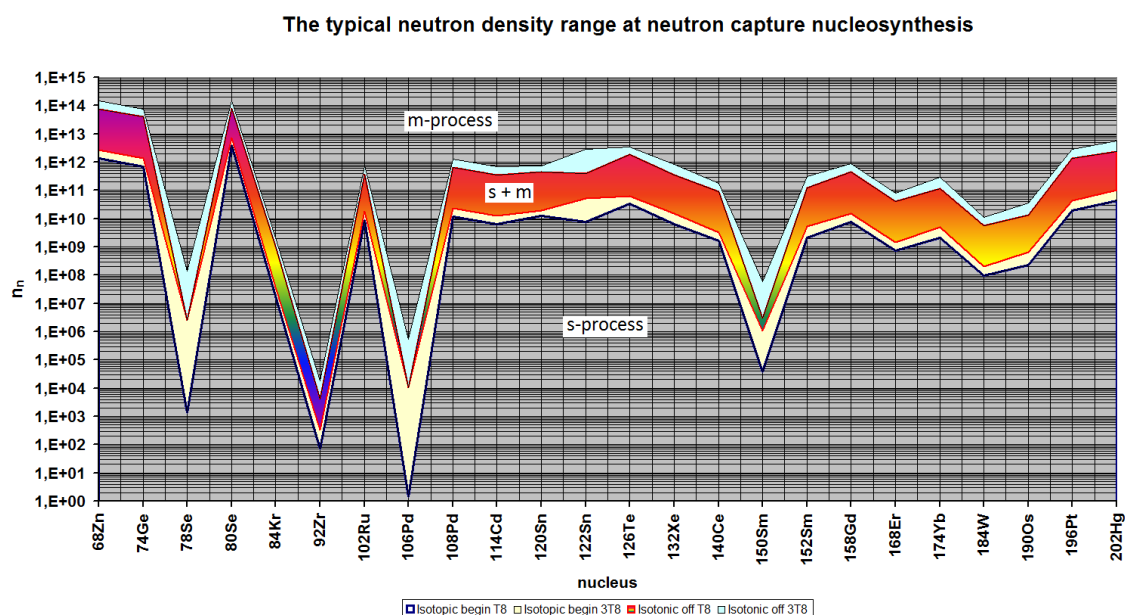
$$\lambda_n \approx 0,135 \cdot \lambda_\beta \quad (38)$$

Az izotonikus csatorna (bomlási) közel lezár, az izotopikus (befogási) gyakorlatilag nyitva, ha

$$\lambda_n \approx 7,39 \cdot \lambda_\beta \quad (39)$$

A vizsgált magoknál a megfelelő nyitási, illetve zárási neutronsűrűség tartományokat a 6. ábra szemlélteti. Az ábrán s-folyamatnak jelöltük azt a neutronsűrűség értéket, ahol az izotonikus keletkezés dominál és m-folyamatnak, ahol az izotopikus, vagyis a neutronbefogásos magkeletkezés, mivel ez utóbbi jóval az r-folyamatokra jellemző neutronsűrűség alatt van. A két neutronsűrűség között folyamatosan csökken izotonikus csatornán, illetve nő izotopikus csatornán a magszintézis lehetősége a neutronsűrűség növekedésével.

Az összes magot áttekintve az izotonikus magkeletkezést felváltja az izotopikus, ha a neutronsűrűség eléri a  $n_n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  értéket [5]. Ez látható a 6. ábrán.



6. ábra / Figure 6.

Tehát a gyakoriságokat tekintve minden egyensúlyi magkeletkezés lehetséges az s-folyamatra és az r-folyamatra jellemző neutronsűrűség között elhelyezkedő neutronsűrűség tartományban, vagyis m-folyamatban (medium or interMediate), (más jelöléssel i-folyamatban) [11,12,13,14].

### *Elágazás és gyakoriságarány / Branching and abundance ratio*

Adott neutronsűrűség mellett az egyensúly gyakoriságarány nem egyezik meg az elágazási aránnyal. Figyelembe kell venni a szomszédos magokra jellemző neutronbefogási hatáskeresztmetszet adatokat [7,15] is. A keletkezési arányt ( $k$ ) az elágazási arány ( $f$ ) és az  $R$  együtt határozza meg:

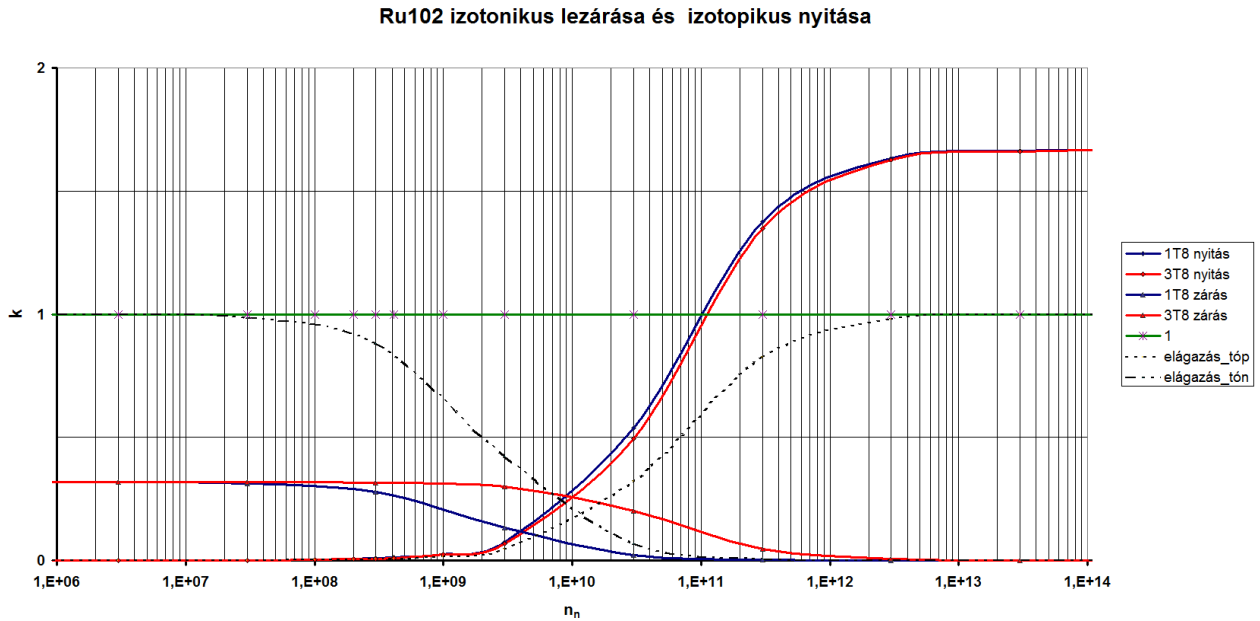
$$k = R \cdot f \quad (40)$$

ahol:

$$R = \frac{N_1 \sigma_1}{N_3 \sigma_3} \quad (41)$$

**Elágazás ruténiumnál / Branching at ruthenium**

<sup>102</sup>Ru -nál követhetjük a neutronsűrűség hatását a gyakoriságarányokra. Az elágazásnál keletkező magok aránya <sup>102</sup>Ru → <sup>103</sup>Rh és <sup>102</sup>Ru → <sup>104</sup>Ru folyamatokban a neutronsűrűség függvényében a 7. ábrán látható. Az ábrán a szokásos elágazási arány és a részleges keletkezési aránya látható a neutronsűrűség függvényében. Egyes források a felezési idő hőmérsékletfüggését elemzik [16]. Ennek megfelelően T<sub>8</sub> (=10<sup>8</sup> K) és 3T<sub>8</sub> (=3·10<sup>8</sup> K) hőmérsékleten is szemléltetjük a helyzetet.



**7. ábra / Figure 7.**

*A <sup>59</sup>Fe -ből mennyi <sup>60</sup>Fe keletkezik adott neutronsűrűség esetén? / How much of <sup>60</sup>Fe is formed from <sup>59</sup>Fe for a given neutron density?*

A <sup>60</sup>Fe radioizotóp létezése igen fontos a neutronbefogásos magszintézis szempontjából. Alapvető kérdés az, hogy hol és milyen körülmények között keletkezik. A stabil <sup>58</sup>Fe magot a <sup>60</sup>Fe magtól a nem stabil <sup>59</sup>Fe mag választja el. Az adott helyzet hasonló a 2. ábrán láthatóhoz, csak itt a harmadik mag a nem stabil, de viszonylag hosszú felezési idejű <sup>59</sup>Fe mag (T=1,5·10<sup>6</sup> év). A korábban leírtakhoz hasonlóan az izotopikusan keletkező <sup>59</sup>Fe mennyiségére felírhatjuk:

$$\frac{dN_2}{dt} = n_n N_1 \langle \sigma v \rangle_1 - n_n N_2 \langle \sigma v \rangle_2 - \lambda_{\beta 2} N_2 \tag{42}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = n_n N_2 \langle \sigma v \rangle_2 - n_n N_3 \langle \sigma v \rangle_3 - \lambda_{\beta 3} N_3 \tag{43}$$

Egyensúlyi keletkezés esetén:

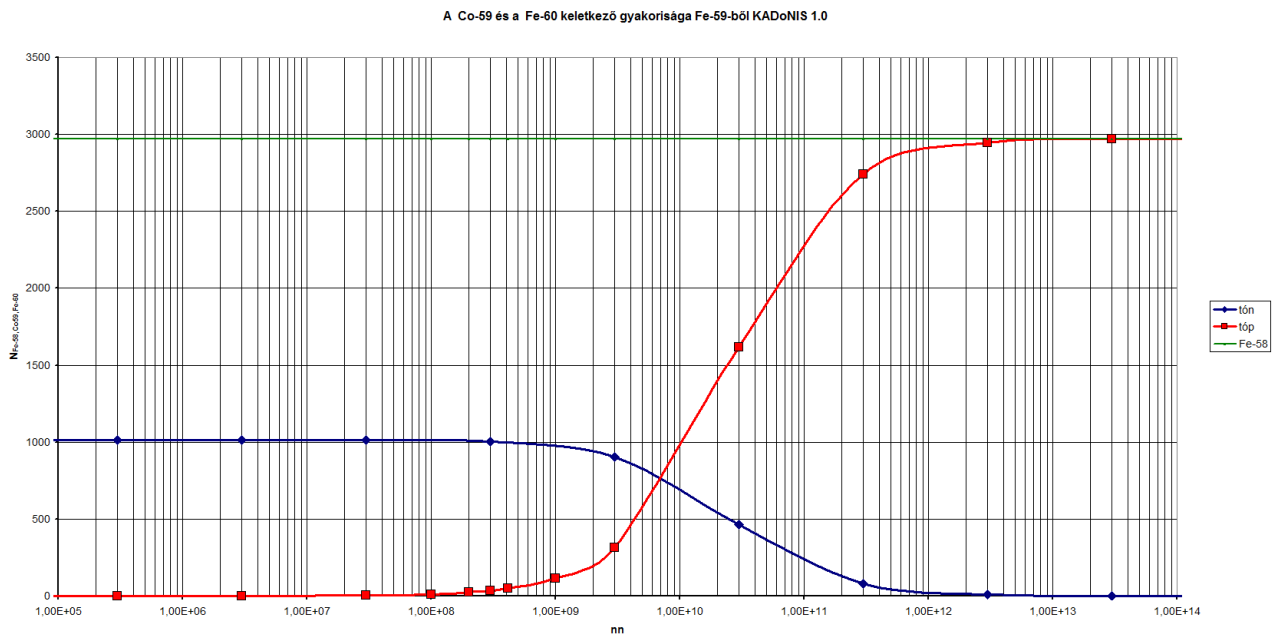
$$N_3 = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3 + \frac{\lambda_{\beta 3}}{n_n v}} \frac{\lambda_{n2}}{\lambda_{n2} + \lambda_{\beta 2}} = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3 + \frac{\lambda_{\beta 3}}{n_n v}} f_{n2} \tag{44}$$

$$N_3 = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3 + \frac{\lambda_{\beta 3}}{n_n v}} \frac{x_2}{1+x_2} \quad (45)$$

Mivel  $\frac{\lambda_{\beta 3}}{n_n v} \ll \sigma_3$ , ezért elhanyagolhatjuk [7,15].

$$N_3 = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3 + \frac{\lambda_{\beta 3}}{n_n v}} \frac{x_2}{1+x_2} \cong \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3} \frac{x_2}{1+x_2} = \frac{N_1 \sigma_1}{\sigma_3} f_{n_2} = N_1 \frac{\sigma_1}{\sigma_3} f_{n_2} = N_1 \frac{13,5}{5,15} f_{n_2} = N_1 \cdot 2,62 \cdot f_{n_2} \quad (46)$$

Ez azt jelenti, hogy egyensúlyi keletkezés esetén a keletkező  $^{60}\text{Fe}$  keletkezés közbeni gyakorisága mintegy háromszorosa az egyszerű elágazási arányból kapott értéknek (8. ábra). A szükséges adatok a KADoNiS 1.0-ból [7]. Ez magyarázhatja a  $^{60}\text{Ni}$  nagy gyakoriságát, ami 4,34-szerese a  $^{59}\text{Co}$  gyakoriságának. A  $^{60}\text{Ni}$  keletkezése főként  $^{60}\text{Fe}$  csatornán keresztül valósul meg, nem a  $^{59}\text{Co}$  csatornán keresztül.



8. ábra / Figure 8.

A  $^{58}\text{Fe}$  -nak közelítőleg harmadából keletkezhet  $^{59}\text{Co}$ , míg elegendően nagy neutron-sűrűség esetén majdnem az összesből  $^{60}\text{Fe}$  lesz. Vagyis a kobalt fele máshonnan származik! (A kobalt gyakorisága 2249.) A szükséges neutron-sűrűség  $n \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

#### A $\sigma N$ értékek táblázata / Table of $\sigma N$ values

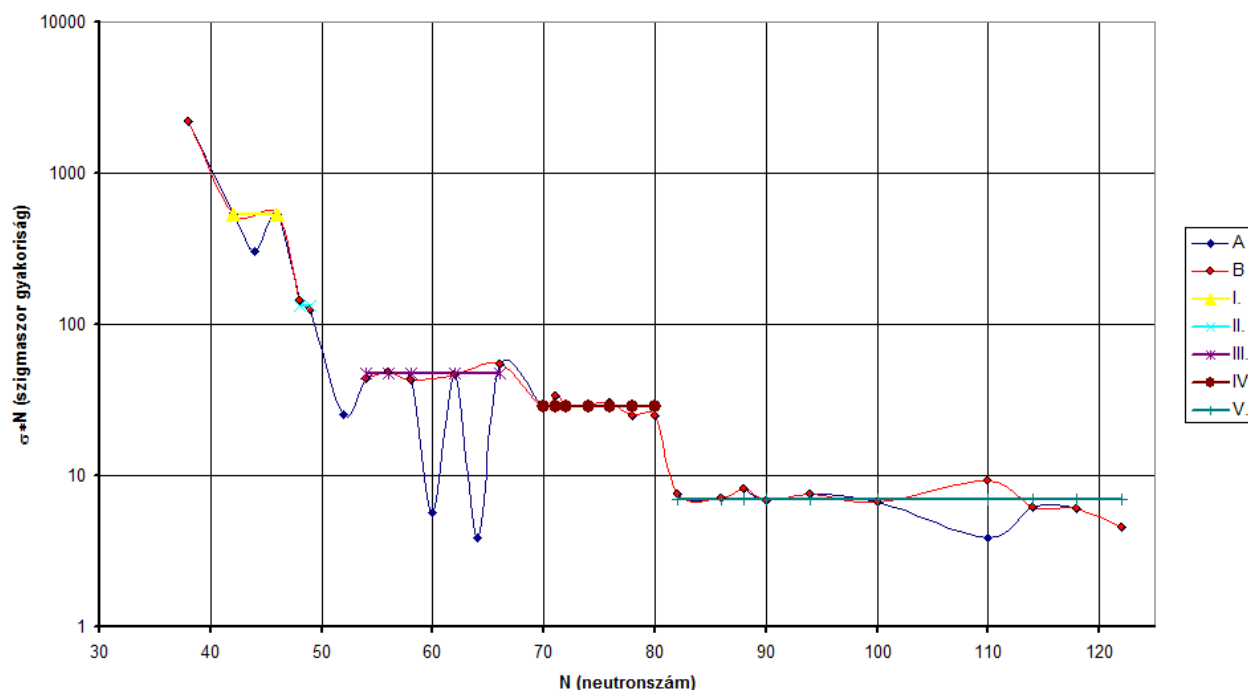
A neutronbefogásos magszintézis során nem a gyakoriságok a meghatározó mennyiségek, hanem a neutronbefogási hatáskeresztmetszet és a gyakoriság szorzata, a  $\sigma N$  értékek. Azonban amikor megszűnik a neutronfluxus, már csak a bomlások utáni gyakoriságok adódnak. Az egyedi gyakoriságok táblázatához hasonlóan fontos  $\sigma N$  értékek táblázata (9. ábra).

		54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
Cd	48					9,716		5,637		46,78	189,5	85,39	123,4	69,68		11,03
Ag	47							207,5		183,9						
Pd	46			6,12		42,73	367,7	103,8		77,47		25,76				
Rh	45					276,9										
Ru	44	8,256	169,3	47,93	309,4	112,2		57,43								

9. ábra / Figure 9.

Mint a bevezetőben említettük, a tapasztalt gyakoriságok különböző folyamatokban keletkezett magok keletkezési gyakoriságaiból adódnak össze. Lehetséges azonban a gyakoriságokat szétválasztani bizonyos helyzetű magok segítségével. Az úgynevezett s-magok nem keletkeznek gyors folyamatok esetén. Ezekre az izotonikus esetenél tárgyaltak szerint kis neutronsűrűség esetén érvényes a  $N\sigma = \text{állandó}$  összefüggés. A szomszédos stabil izotópokra tetszőleges neutronsűrűség esetén  $N\sigma = \text{állandó}$ , ha nincsen oldalhozam. Érdeemes megnézni, hogy milyen  $\sigma N$  értékeket kapunk az egyes s-magokra a neutronsám függvényében (10. ábra).

$\sigma \cdot N$  s-magokra és néhány más magra



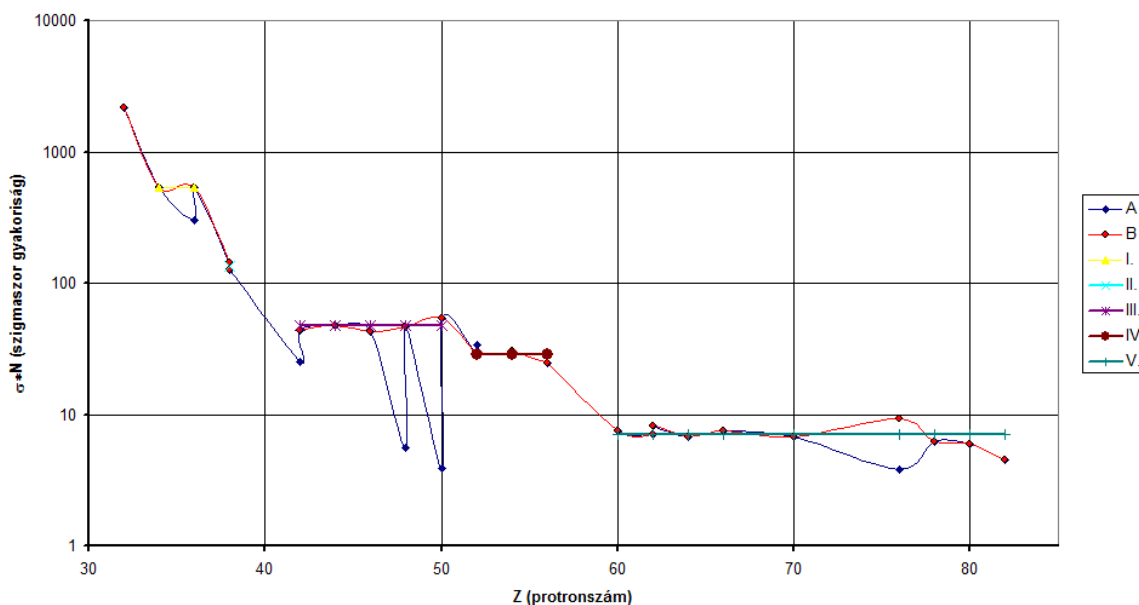
10. ábra / Figure 10.

Az irodalomból (pl. Käppeler, Rolf és Rodney) [4,17] megszokott ábrát kapjuk más kiindulásból, más jelentéssel. Látható, hogy itt is  $\sigma N$  szintek jelennek meg. A szintek száma öt-hat. A mágikus számokhoz kötődés is látható  $N=50$  és  $N=82$ , de más értékek is megjelennek, pl.  $N=70$ . A szintek részben tehát a mágikus számokkal értelmezhetők, az

egyensúlyi keletkezést megelőzi egy feltöltődés. A másik ok valószínűleg az idő lehet, a különböző tömegű csillagokban különböző ideig áll rendelkezésre a megfelelő neutronsűrűség, így a folyamatoknak nincs idejük továbblépni [18].

Hasonló ábrát kapunk, ha a  $\sigma N$  értékeket a protonszám függvényében ábrázoljuk s-magokra. (11. ábra). Itt a mágikus protonszámok közül az 50 és a 82 szintén megjelenik.

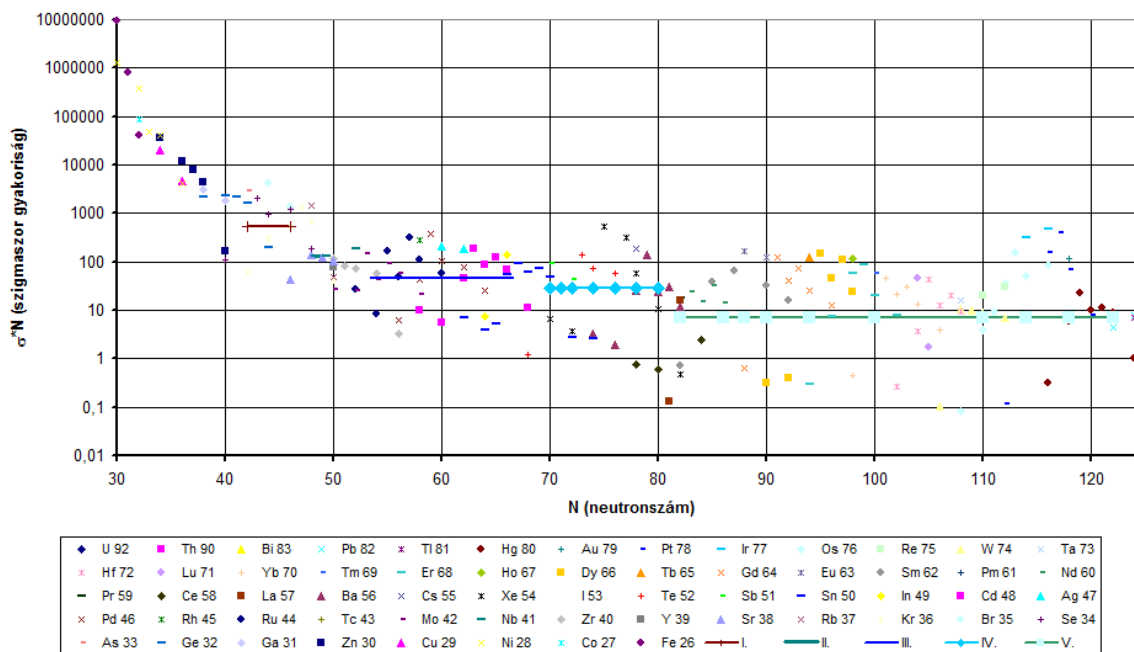
$\sigma N$  s-magokra és néhány más magra a Z függvényében



11. ábra / Figure 11.

Ábrázolhatjuk az összes vizsgált magnál a  $\sigma N$  értékek a neutronszám függvényében (12. ábra). Az ábrán bejelöltük az s-magoknál kapott szinteket is.

$\sigma N$  minden magra



12. ábra / Figure 12.

Az egyes magok különböző módon térnek el a szintektől. Minden egyes magnál egyedileg megkereshetjük, hogy miért van több, illetve kevesebb belőle. A többlet oka elsőként a gyors folyamatokra vezethető vissza, a hiány oka pedig az, hogy a magszintézis folyamat ezeket a magokat valamilyen bizonyos körülmények között elkerüli.

### ***További feladatok / Additional tasks***

Az eddigiek alapján az egyensúlyi magszintézis lehetőséget ad további elemzésekre. Ezek a következők:

- A  $\sigma N$  szintek elemzése.
- A magok egyedi vizsgálata, az egyes magok miért vannak a görbék alatt, illetve felett?
- A gyakoriságok szétválasztása forrás szerint
- Hiányzó magszintézis adatok becslése (pl.: hatáskeresztmetszet, gyakoriság adott neutronsűrűségű folyamat közben)

Az egyensúlyi magszintézis elemzéseknek van egy igen fontos előnye: egyensúlyi keletkezés esetén a csatolt differenciálegyenletek lineáris egyenletekké alakulnak! Ezek vizsgálata-megoldása módot adhat további elemzésekre, többek között arra, hogy az előző kérdésekre válaszoljunk.

Mindenképpen fontos kérdés a szükséges és lehetséges neutronbefogási folyamatidők elemzése. Ehhez már a konkrét csillagállapotokat is figyelembe kell venni.

### **Következtetések / Conclusion**

A tapasztalt maggyakoriság arányokat elérhetjük közepes neutronsűrűségű neutronbefogási folyamatokkal. (maximum  $10^{12} - 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ )

Ez  $T_8$  és  $3T_8$  hőmérsékleten is igaz. Így valószínű, hogy az m-folyamatok igen fontosak a neutronbefogásos magszintézisnél. (Ezek az AGB csillagokban állnak rendelkezésre.)

A Fe-60 közepes neutronsűrűség mellett is keletkezhet. Mivel a befogási láncolat elején van, Fe-56 jelenléte esetén keletkezik is már a befogási folyamatok kezdeténél [5,14].

A  $\sigma N$  állandósága a megfelelő magokra egyedileg is teljesül.

Az ettől való eltérés vizsgálatával további fontos információkhoz juthatunk a neutronbefogásos magszintézis folyamatainak körülményeiről.

### **Köszönetnyilvánítás / Acknowledgement**

Köszönettel tartozom az Atomkinak, Fülöp Zsolt volt igazgatónak, valamint az asztrofizikai csoportnak munkám támogatásáért, a NICXIII. konferencián való részvételem lehetővé tételéért és az együttműködési megállapodásért, amelyet az Atomki kötött velem és ezzel lehetővé teszi kutatótanári programom megvalósítását. Szintén köszönettel tartozom a MATE Műszaki Intézet Alkalmazott Informatika Tanszékének és Novák Tamásnak, hogy az új kutatótanári időszakban kutatótanári munkámat itt folytathatom.

**Hivatkozott források / References**

1. BURBIDGE, M. E. –BURBIDGE, G. R.– FOWLER, W. A. – HOYLE, F. (1957): Synthesis of the elements in stars. *Rev. Mod. Phys.*, 29, 547. DOI: 10.1103/RevModPhys.29.547
2. CAMERON, A.G.W. (1957): On the origin of the heavy elements. *Astronomical Journal*, 62, 9–10. DOI: 10.1086/107435
3. ALPHER, R. A. – BETHE, H. – GAMOW, G. (1948): The Origin of Chemical Elements, *PhysRev.*73, 803. DOI: 10.1103/PhysRev.73.803
4. KÄPPELER, F. – BEER, H. – WISSHAK, K. (1989): S-process nucleosynthesis-nuclear physics and the classical model, *Rep. Prog. Phys.* 52, 945–1013.
5. KISS, M. (2015): Rate Analysis or a Possible Interpretation of Abundances, XIII Nuclei in the Cosmos Proceedings of Science,204. DOI: 10.22323/1.204.0110
6. Chart of Nuclides (NuDat2) National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory. Forrás: [www.nndc.bnl.gov/nudat2](http://www.nndc.bnl.gov/nudat2)
7. Karlsruhe Astrophysical Database of Nucleosynthesis in Stars. <http://www.kadonis.org/>
8. BARNES, C. A. (ed.) (1982): *Essays in Nuclear Astrophysics*. Cambridge University Press
9. ARNETT, D. (1996): *Supernovae and Nucleosynthesis*. Princeton.
10. KISS, M. (2012): Vason túli elemek keletkezése a csillagokban, nukleoszintézis neutronbefogással. PhD Thesis, Debreceni Egyetem Debrecen. DOI: 10.13140/RG.2.2.36034.22727
11. COWAN, J. J. – ROSE, W. K. (1977): PRODUCTION OF <sup>14</sup>C AND NEUTRONS IN RED GIANTS. *The Astrophysical Journal*, 212, 149–158.
12. MALANEY, R. A. (1986): Heavy -element synthesis in AGB and post-AGB stars of low mass. *Mon. Not. R. astr. Soc.* 223, 709–725
13. LUGARO, M. – KARAKAS, A. I. – BISTERZO, S. (2008): Models and observations of the s process in AGB. *Proceedings of Science*, (NIC X) 034.
14. KISS, M.: Nucleosynthesis Step by Step. *International Journal of Current Advanced Research*, 6(8001–8005), DOI: 10.24327/ijcar.2017.8005.1270
15. Maxwellian-Averaged Cross Sections and Astrophysical Reaction Rates. <http://www.nndc.bnl.gov/astro/>
16. TAKAHASHI, Yokoi (1987): Beta-decay rates of highly ionized heavy atoms in stellar interiors. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 36(3), 375–409. DOI: 10.1016/0092-640X(87)90010-6
17. ROLFS, C. E. – RODNEY, W. S. (1988): *Cauldrons in the Cosmos*, The Univ. of Chicago Press.
18. KISS, M. (2018): Stellar Evolution and Nucleosynthesis: The Role of AGB Mass, *International Journal of Current Advanced Research*, 7(2). DOI: 10.24327/ijcar.2018.10081.1692

**Szerző(k) / Author(s)****Dr. Kiss Miklós PhD**

Kutatótanár

Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium, ATOMKI, MATE Műszaki Intézet

[kiss.miklos@atomki.hu](mailto:kiss.miklos@atomki.hu)A műre a Creative Commons 4.0 standard licenc alábbi típusa vonatkozik: [CC-BY-NC-ND-4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).