Acta Agraria Kaposváriensis (2008) Vol 12 No 2, 39-51
Kaposvári Egyetem, Állattudományi Kar, Kaposvár
University of Kaposvár, Faculty of Animal Science, Kaposvár

Kétlépéses szabály-interpolációs módszerek áttekintése

Berecz[1] A., Johanyák[2] Zs. Cs

[1]Gábor Dénes Főiskola, Műszaki és Alaptudományi Intézet, 1115 Budapest, Etele út 68.
[2]Kecskeméti Főiskola, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar, Kalmár Sándor Informatikai Intézet, 6000Kecskemét, Izsáki út 10.

ÖSSZEFOGLALÁS

A fuzzy szabály-interpoláció (FSzI) széleskörűen alkalmazott eszköz a fuzzy következtetésben olyan esetekben, amikor a szabálybázis ritka, azaz nem biztosítja a bemeneti tér teljes lefedettségét, és a kompozíciós következtetési módszerek nem teszik lehetővé az értelmezhető eredmény előállítását minden elképzelhető megfigyelés esetén. Cikkünkben az FSzI eljárások egy nagy családjának, a kétlépéses módszereknek egy csoportját tekintjük át, amelynek tagjai a Baranyi, Kóczy és Gedeon által javasolt fuzzy szabály-interpoláció általánosított módszertanát (GM) követik.
(Kulcsszavak: fuzzy következtetés, kétlépéses szabály-interpolációs módszerek, GM, IGRV, FRIPOC, LESFRI)

ABSTRACT

Survey on two-step fuzzy rule interpolation methods

A. [1]Berecz, Zs. Cs. [2]Johanyák

[1]Dénes Gábor Applied University, Institute of Technology and Principle Science, H-1115 Budapest, Etele út 68.
[2]Kecskemét College, GAMF Faculty, Kalmár Sándor Institute of Information Technology, H-6000 Kecskemét, Izsáki út 10.

Fuzzy Rule Interpolation (FRI) is a wide applied tool for fuzzy inference when the rule base is sparse, i.e. it does not ensure a full coverage of the input space, and the compositional reasoning methods are not able to produce a proper output in case of each possible observation. This paper surveys a relevant group of FRI techniques called two-step methods that follow the concepts of the generalized methodology of fuzzy rule interpolation (GM) introduced by Baranyi, Kóczy and Gedeon.
(Keywords: fuzzy interference, two-step rule interpolation methods, GM, IGRV, FRIPOC, LESFRI)

BEVEZETÉS

A hagyományos fuzzy következtetéssel (*Zadeh*, 1973; *Mamdani and Assilian*, 1975; *Takagi and Sugeno*, 1985 stb.) működő fuzzy rendszerek a szabály antecedensek és a megfigyelést leíró nyelvi értékek illeszkedése alapján a szabály konzekvensek súlyozott kombinációjaként határozzák meg a következményt, ami az adott módszernek megfelelően egyaránt lehet fuzzy halmaz vagy éles érték. Működésükből következően ezen eljárások alkalmazásának feltétele a szabálybázis fedő jellege, azaz bármely bemenő adat esetén léteznie kell legalább egy olyan szabálynak, amelynek antecedense $\varepsilon > 0$ mértékben fedi a megfigyelést a bemeneti tér minden dimenziójában.

Amennyiben ez a feltétel nem teljesíthető, akkor valamely fuzzy közelítő következtetési technika használta szükséges. Az erre a célra kifejlesztett eljárások a legtöbb esetben valamely fuzzy szabály-interpolációs módszer segítségével határozzák meg a következményt. Ezen eljárásokat két csoportba oszthatjuk aszerint, hogy közvetlenül állítják-e elő a következményt (egylépéses módszerek), vagy először egy segédszabályt interpolálnak, és annak felhasználásával számítják a következményt (kétlépéses módszerek). Dolgozatunkban a második csoporttal foglalkozunk.

A kétlépéses módszerek a *Baranyi és mtsai.* (2004) által publikált általánosított fuzzy szabály-interpolációs módszertant (GM) követik. Ezen eljárások családjába tartoznak a Baranyi és szerzőtársai által javasolt technikák (*Baranyi és mtsai.* 2004), a megfigyelés és a szabályantecedens közti hasonlóság megőrzésén alapuló ST módszer (*Yan és mtsai.* 1996), az általános reprezentatív értéken alapuló IGRV (*Huang és Shen*, 2004), valamint Johanyák és Kovács által kidolgozott FRIPOC (*Johanyák és Kovács*, 2006b) és LESFRI (*Johanyák és Kovács*, 2006c) módszerek.

A fuzzy szabály-interpoláció általánosított módszertana

A Baranyi, Kóczy és Gedeon (pl. *Baranyi és mtsai.* 2004) által javasolt általánosított módszertan (Generalized Methodology of fuzzy rule interpolation, GM) referenciapont (*RP*) segítségével jellemzi a fuzzy halmazok helyzetét. Így az A_k halmaz az A_l-t megelőző ($A_k \prec A_l$), ha $RP(A_k)<RP(A_l)$. A GM a halmazok távolságát referenciapontjaik euklideszi távolságával jellemzi.

Ez a megoldás kisebb számításigényű és szélesebb körben alkalmazható, mint az α-vágat alapú fuzzy távolságok. A GM moduláris felépítésének köszönhetően az általa megfogalmazott egyes részfeladatok több, különböző módszerrel is megoldhatóak. E jellemzőt szem előtt tartva ismertetjük a következőkben a módszertan fontosabb elemeit.

A GM két lépésben számítja a következményt. Az első lépésben egy új szabályt interpolál a megfigyeléssel azonos pozícióban, ami azt jelenti, hogy az új szabály minden antecedens nyelvi értékének referenciapontja egybeesik a neki megfelelő dimenzióbeli megfigyelést leíró fuzzy halmaz referenciapontjával. A módszertan első lépésében három feladatot kell megoldani. Ezek a következők:

- Az interpolált szabály antecedens halmazai alakjának a meghatározása halmaz-interpoláció segítségével.
- A konzekvens halmazok helyzetének meghatározása egy éles interpolációs/approximációs módszer segítségével.
- Az interpolált szabály konzekvens halmazai alakjának meghatározása. A feladat hasonlóságából adódóan célszerű itt is az antecedens halmazalak számítására alkalmazott módszert használni.

A második lépésben az újonnan létrehozott szabály segítségével állítják elő a következményt. Bár a megfigyelés és az új szabály antecedens halmazainak referenciapontjai azonosak minden bemeneti dimenzióban, a halmazalakok általános esetben eltérőek lehetnek. Ezért a következményt egy ún. egyszabályos (szabálymódosításon alapuló) következtetési módszer segítségével állítják elő. Ezen módszernek az az alapgondolata, hogy amilyen mértékben hasonlít a megfigyelés a szabály antecedensére, ugyanolyan mértékben kell hasonlítson a következmény a szabály konzekvensére.

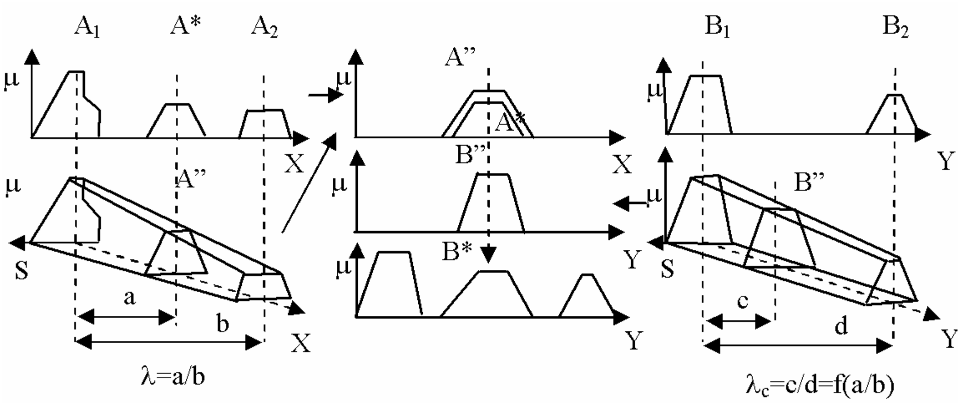
A továbbiakban először áttekintünk néhány, a *Baranyi és mtsai.* (2004) irodalom által is javasolt olyan eljárást, amely a GM valamely szakaszában alkalmazható, majd három teljes módszert vizsgálunk meg.

Testmetszés alapú interpoláció

A *Baranyi és Kóczy* által kidolgozott testmetszés alapú halmaz-interpoláció (Solid Cutting Method, SCM) (*Baranyi és Kóczy.* 1996) egy speciális háromdimenziós megközelítést alkalmaz. Először az A^* megfigyelést (*1. ábra*) közrefogó két antecedens halmaz (A_1, és A_2) referenciapontjainál egy-egy függőleges tengelyt határoznak meg, majd ezek körül 90°-kal elforgatják a két halmazt. Az ily módon előállított virtuális teret az S, X és μ ortogonális koordinátatengelyek határozzák meg. A két halmaz a μxS síkkal párhuzamos síkokban fog elhelyezkedni.

1. ábra

Testmetszés alapú interpoláció



Forrás (*Source*): *Baranyi és mtsai.* (1996)

Figure 1: Solid Cutting Method

Ezután egy felületet illesztenek a két halmaz körvonalára és tartójára, ami egy testet eredményez, majd a megfigyelés referenciapontjánál elmetszik a testet egy, a μxS-sel párhuzamos síkkal. A metszetet visszaforgatva a μxX síkba megkapják a becsült szabály antecedensét. Az új szabály következményét analóg módon a két szomszédos konzekvens- és a referenciapont ismeretében határozzák meg.

A módszer előnye, hogy bármilyen konvex halmazalak esetén alkalmazható, és mindig érvényes halmazalakot eredményez. Az SCM hátránya, hogy implementációja igen bonyolult és számításigényes akkor, amikor nem trapéz vagy trapézzal leírható (háromszög, szingleton) alakúak az ismert fuzzy halmazok.

Hasonlóság-megőrzési módszer

A *Yan és mtsai.* (1996) által javasolt hasonlóság-megőrzési módszer (Similarity Transfer, ST) a GM második lépésében alkalmazható a következmény kiszámítására. Az eljárás alapgondolata az, hogy az α-vágatokat a referenciapontnál két részre osztják, majd egy alsó és felső hasonlósági mértéket (*2. ábra b/a és f/c*) számolnak a szabályantecedens (A_i) és a megfigyelés (A^*) között az azonos oldali α-vágatrészek arányaként.

2. ábra

Az ST módszer jelölésrendszere

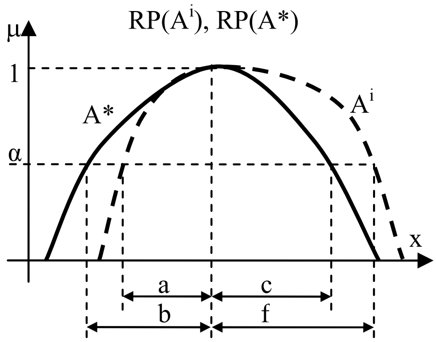


Figure 2: Notation of ST Method

A következményt α-vágatonként számítják. A végpontokat úgy határozzák meg, hogy a szabály konzekvenséhez mért alsó és felső hasonlósági értéke egyezzen meg a feltétel oldalon számolt értékekkel.

Az eljárás egyszerű, kis számításigényű és hatékonyan alkalmazható kis karakterisztikus pontszámmal leírható CNF halmazalakok esetén. Az eljárás gyenge pontjai a következők: nem képes egyelemű megfigyelések kezelésére, szubnormális és nemkonvex esetekben nem használható, és nem tartalmaz megoldást a valós alkalmazásokban legtöbbször előforduló többdimenziós antecedens alaphalmaz esetére.

A lineáris revíziós elven alapuló módszerek: rögzített pont törvénye és rögzített érték törvénye

A *Shen mtsai.* által kidolgozott lineáris revíziós elven alapuló módszerek (pl. *Shen és mtsai.* 1993) jól alkalmazhatók a GM koncepción alapuló szabály-interpolációban. A jelen szakasz két ilyen eljárást (FPL és FVL) tekint át röviden.

A **rögzített pont törvénye** (Fixed Point Law, FPL) (*Shen és mtsai.* 1993) egy interrelációnak nevezett függvénykapcsolat (Inter-Relation Function, IRF) segítségével egy egyértelmű leképezést definiál a szabály antecedens- (A^i) és a konzekvens- (B^i) halmazának elemei között. Az így meghatározott téglalapot interrelációs területnek (InterRelation Area, IRA) nevezi. A továbbiakban, amennyiben ez szükséges, az IRA-t és az érintett két fuzzy halmazt arányosan módosítja (A^i, B^i $\rightarrow$ A^t, B^t) úgy, hogy elérje az egybeesést az IRA megfelelő oldala és megfigyelés (A^*) tartója között (*3. ábra*). A továbbiakban az eljárás abból a feltételezésből indul ki, hogy az így kapott IRF azonos a megfigyelés (B^i) és a következmény (B^*) közötti valós interrelációs kapcsolattal. Ezért a becsült következmény pontjait úgy számolja ki, hogy az A^* minden kiválasztott halmazelemére kiszámolja a megfigyelés és az antecedens nyelvi értékhez való tartozás mértékét kifejező tagsági függvények különbségét, és ugyanezzel az értékkel módosítja a B^t konzekvens halmaz interreláció által meghatározott pontjának tagsági értékét.

3. ábra

Interrelációs függvény és terület valamint a következmény számítása

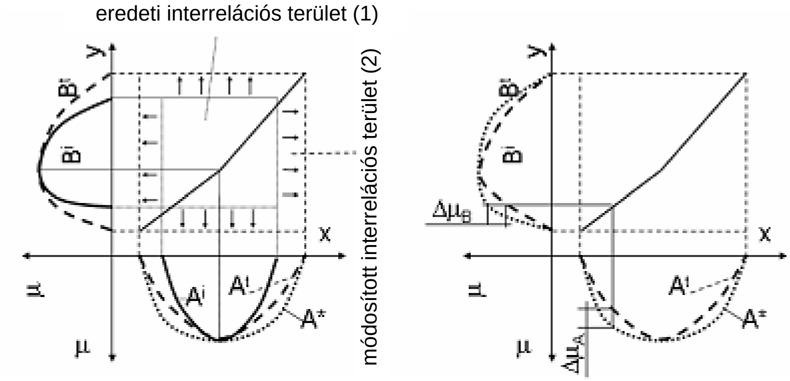


Figure 3: Inter-Relation Function, and Calculation of Consequent

Origin Inter-Relation Area(1), Modified Inter-Relation Area(2)

Az eljárás előnyös tulajdonsága, hogy az IRF bevezetése egy jól hangolható technikát eredményez. Hátrányaként említhető az IRF használat és az IRA módosítás következtében megnövekedett számításigény, a bonyolultabb megvalósíthatóság és az a tény, hogy csak CNF halmazok esetén használható. Az FPL-t eredetileg egydimenziós esetre dolgozták ki, de a (*Baranyi és mtsai.* 2004) irodalomban találunk megoldási javaslatot a többdimenziós alkalmazásra is.

A **rögzített érték törvénye** (Fixed Value Law, FVL) (*Shen és mtsai.* 1993) a tagsági függvény értékek (μ) mentén haladva határozza meg a következményt (*4. ábra*). Minden szükséges α-szinten a megfigyelés (A^*) és az antecedens (A^i) halmazok azonos oldali vágatvégpontjainak távolságából (Δx_L és Δx_U a *4. ábrán*) kiindulva számítja ki, hogy milyen mértékben (Δy_L és Δy_U) szükséges eltolni a konzekvens vágat végpontjait a módosítás során.

4. ábra

Az FVL jelölésrendszere

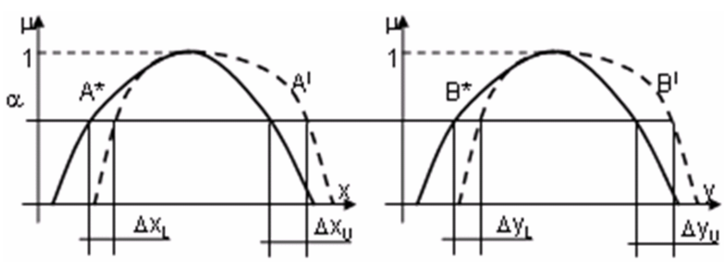


Figure 4: Notation of FVL

A módszer egyszerű, kis számításigényű, és hatékonyan alkalmazható kis karakterisztikus pontszámmal leírható konvex és normál halmazalakok esetén. Hátrányos tulajdonsága az, hogy a kapott eltolásérték erősen függ attól, hogy a szabályantecedens és -konzekvens milyen távolságban helyezkedik el saját alaphalmazának alsó és felső végpontjaitól. Könnyen előfordulhat olyan abnormális eredmény, amikor egy halmazelemhez több tagsági érték is tartozik. Az eljárás csak CNF halmazok esetén használható. Az FVL-t eredetileg egydimenziós esetre dolgozták ki, de a (*Baranyi és mtsai.* 2004) irodalomban találunk megoldási javaslatot a többdimenziós alkalmazásra is.

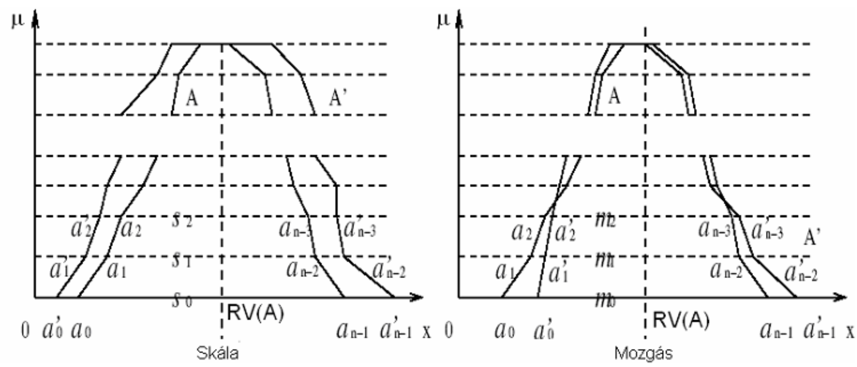
Interpoláció általánosított reprezentatív értékekkel

Az interpoláció általánosított reprezentatív értékekkel (Interpolation with Generalized Representative Values, IGRV) módszert Huang és Shen dolgozta ki (*Huang, Shen* 2004). Az eljárás először minden halmazhoz egy reprezentatív értéket (RV) számol, ami azonos a más módszerekben alkalmazott referenciaponttal. Az interpolált szabály antecedensét α-vágatonként határozzák meg úgy, hogy a következő két feltétel teljesüljön: (1) az antecedens halmaz reprezentatív értéke essen egybe a megfigyelés RV-jével, és (2) az antecedens halmaz α-vágatainak végpontjai olyan arányban osszák fel a szomszédos antecedens halmazok azonos (bal vagy jobb) oldali α-vágat végpontjai közötti távolságot, mint amilyen arányban a megfigyelés RV pontja felosztja ezen halmazok RV-i közötti távolságot. A szabály konzekvens halmazát ugyanezen elv alkalmazásával számítja az eljárás.

A megfigyelés és az új szabály antecedens halmaza közötti hasonlóságot ún. skála- és mozgás-transzformációkkal (*5. ábra*) jellemzik. A következményt úgy állítják elő, hogy ugyanezen transzformációkat hajtják végre a konzekvens halmazon, és alkalmazzák az érvényességet biztosító megkötéseket.

5. ábra

Skála- és mozgástranszformációk



Forrás (*Source*): (*Huang és Shen* 2004)

Figure 5: Scaling and Moving Transformations

A módszert eredetileg sokszög alakú (szakaszonként lineáris tagsági függvényű) fuzzy halmazokhoz dolgozták ki, de kellő számú α-vágat esetén elméletileg más halmazalakokra is kiterjeszthető, azonban szubnormális halmazok kezelésére nem képes. Az IGRV a többdimenziós bemenetnél is alkalmazható.

Polárvágat alapú szabály-interpoláció

A polárvágat alapú szabály-interpoláció (Fuzzy Rule Interpolation based on POlar Cuts, FRIPOC) módszert Johanyák és Kovács dolgozta ki (*Johanyák és Kovács* 2006b). A GM-et követve első lépésében polárvágat alapú halmaz-interpolációval (FEAT-p) határozza meg az új szabály feltétel részét, majd a Shepard interpoláció (*Shepard* 1968) többdimenziós esetre kiterjesztett változatának adaptálásával számítja a konzekvens halmaz helyzetét, és végül a szintén polárvágat alapú SURE-p eljárás segítségével határozza meg a következményt.

Polárvágaton alapuló halmaz-interpoláció

A Johanyák és Kovács által kidolgozott polárvágaton alapuló halmaz-interpoláció (Fuzzy sEt interpolAtion based on linguistic Term shifting and polar cuts, FEAT-p) (*Johanyák és Kovács*, 2006b) a nyelvi értékek eltolásával és az ún. polárvágatok segítségével oldja meg a halmaz-interpoláció feladatát.

A nyelvi értékek eltolási elvének (*Johanyák és Kovács*, 2006d) az alapgondolata az, hogy meghatározzák az alaphalmaz összes ismert fuzzy halmazának referenciapontját, majd eltolják őket vízszintesen úgy, hogy referenciapontjuk essen egybe az interpolációs ponttal (ld. *6. ábra* jobb oldal). Ezután az egymást átfedő alakzatok felhasználásával meghatározzák az új fuzzy halmazt. A számítások során nem csak az interpoláció helyét közrefogó két fuzzy halmazt, hanem az alaphalmazon értelmezett összes ismert halmazt figyelembe veszik. Így vélhetően jobb halmaz-approximáció érhető el, és a számítási igény sem növekszik jelentős mértékben. Továbbá kis halmazszámú partíciókat feltételezve általában egyszerűbb az összes halmazt felhasználni, mint kikeresni a két közrefogó szomszédosat. Mindemellett előnyt jelenthet, hogy a halmaz-interpolációs eljárás így egyben extrapolációra is alkalmazhatóvá válik.

6. ábra

Eredeti fuzzy halmazok (nyelvi értékek) és az eltolás eredménye

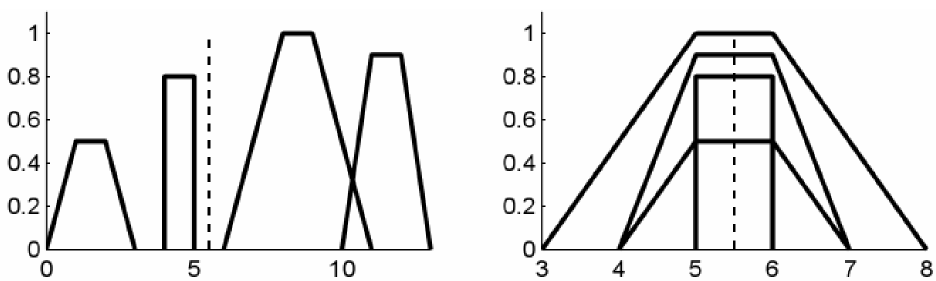


Figure 6: Original Fuzzy Sets (Linguistic Values) and the Result of the Shift

Az új nyelvi érték alakjának számításához az eljárás bevezeti a fuzzy halmaz polárvágatának fogalmát. Ennek érdekében egy poláris koordináta-rendszert illesztenek a halmazhoz (*7. ábra*) úgy, hogy a középpont essen egybe a nyelvi érték referenciapontjának megfelelő halmazelemmel. A polárvágat $[A]_\theta = \{\rho, \theta\}$ értékpár, ami a halmazalak egy pontját írja le annak poláris távolságával (ρ) és poláris szögével (Θ) (*7. ábra*).

7. ábra

Polárvágat

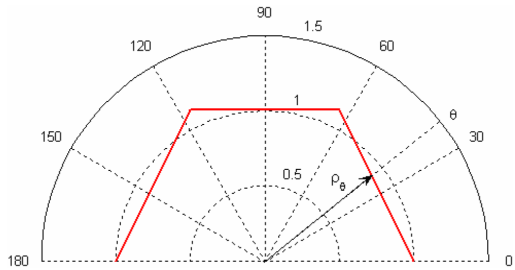


Figure 7: Polar cut

A FEAT-p halmaz-interpolációs módszer abból a feltevésből indul ki, hogy minden konvex fuzzy halmaz felbontható polárvágatokra, és leírható polárvágatok összességeként. Az interpolált fuzzy halmaz alakja az egyes polárvágatokra végzett számítások uniójaként áll elő. Az új fuzzy halmaz minden polárvágatát úgy kapják meg, hogy a meglévő (egymásra tolt) halmazok azonos polárszög alatti polártávolságainak súlyozott átlagát képzik. Természetes követelmény, hogy azok a halmazok, amelyek eredetileg az interpolációs pont közelében voltak nagyobb hatást gyakoroljanak az eredményre, mint azok, amelyek a partíció távolabbi részeiben helyezkedtek el. A súlytényező feladata ezen igény kielégítése. A súlytényező értékét az érintett halmaz- és az interpolációs pont közötti távolság függvényében határozzák meg.

Az eljárás egyik lényeges előnyös tulajdonsága, hogy bármilyen érvényes halmazalak esetén alkalmazható, valamint nem szükséges, hogy az ismert fuzzy halmazok azonos alakúak és magasságúak legyenek, azaz egy vagy több halmaz szubnormális is lehet. Továbbá az eljárás egyaránt alkalmazható interpolációra és extrapolációra is. A módszer hátrányos tulajdonsága, hogy mivel nem őrzi meg a szakaszonkénti lineáris jelleget, így az eredmény meghatározásához nagyszámú polárvágatra van szükség, ami növeli a számításigényt.

Polárvágat alapú egyszabályos következtetés

A Johanyák és Kovács által javasolt polárvágat alapú egyszabályos következtetés (*Johanyák és Kovács* 2006b) (Single rUle REasoning based on polar cuts, SURE-p) polárvágatok és súlyozott átlagszámítás segítségével oldja meg a szabálymódosításos következtetés feladatát.

A SURE-p módszernél a szabálymódosítás alapjául szolgáló hasonlóság-értékelést a polárvágatonkénti eltérések segítségével valósítják meg. A módszer alapgondolata az antecedens oldalon mért átlagos eltérések megőrzése és alkalmazása a konzekvens oldalon.

A számításokat $\pi/2$-es polárszögnél (a referenciapontnak megfelelő tagsági értéknél) kezdik, és külön-külön határozzák meg a bal és jobb oldali él pontjait. Az érvényes halmazalak biztosítása érdekében kapott pontsoron egy ellenőrző és javító algoritmust hajtanak végre, ami két megfontoláson alapszik. Ezek a jobb oldali él esetén az alábbiak.

- Az aktuális pont vízszintes irányú távolsága a polár koordináta-rendszer középpontjától nem lehet kisebb, mint az őt megelőző pont ugyanilyen távolsága.
- Az aktuális pont függőleges irányú távolsága a polár koordináta-rendszer középpontjától (magasság) nem lehet nagyobb, mint az őt megelőző pont ugyanilyen távolsága.

Az eljárás előnyös tulajdonsága, hogy bármilyen érvényes halmazalak esetén alkalmazható, valamint nem szükséges hogy a számítások során felhasznált fuzzy halmazok azonos alakúak és magasságúak legyenek, azaz egy vagy több halmaz szubnormális is lehet. Amennyiben a megfigyelés azonos valamely szabály antecedensével, a SURE-p módszer nem módosítja a szabály konzekvensét, így teljesül a szabálybázissal való kompatibilitás iránti igény. Az eljárás egy- vagy többdimenziós antecedens univerzum esetén is egyaránt alkalmazható, azonban nem alkalmas a partícióra jellemző alakzattípus megőrzésére. A megfigyelés fuzzy jellegének csökkenése a következmény fuzzy jellegének csökkenését vonja maga után.

Legkisebb négyzetek elvén alapuló szabály-interpoláció

A legkisebb négyzetek elvén alapuló szabály-interpoláció (LEast Squares based Fuzzy Rule Interpolation, LESFRI) módszert Johanyák és Kovács dolgozta ki (*Johanyák* 2007). A módszer első lépésében a segédszabály antecedens és konzekvens nyelvi értékeinek meghatározására a legkisebb négyzetek elvén alapuló halmaz-interpolációt (FEAT-LS) alkalmazza. Az új szabály konzekvens halmazának referenciapontjának meghatározása a FRIPOC-nál is alkalmazott módszerrel történik. A LESFRI eljárás második lépésében a legkisebb négyzetek módszerén alapuló SURE-LS technika segítségével határozzák meg a következményt.

Legkisebb négyzetek elvén alapuló halmaz-interpoláció

A Johanyák és Kovács által kidolgozott legkisebb négyzetek elvén alapuló halmaz-interpoláció (Fuzzy sEt interpolAtion based on the method of Least Squares, FEAT-LS) (*Johanyák* 2006a) a nyelvi értékek eltolásával, valamint a legkisebb négyzetes eltérésű halmazalak megkeresésével oldja meg a halmaz-interpoláció feladatát. A FEAT-p módszerhez hasonlóan alkalmazza a nyelvi értékek eltolásának elvét, valamint az összes ismert fuzzy halmazt felhasználja a számítások során. Így egyaránt alkalmazható interpolációs és extrapolációs feladatokra is.

A számítások során az új halmaz alakját definiáló karakterisztikus pontokat α-vágatonként határozzák meg úgy, hogy hozzájuk viszonyítva az ismert halmazok azonos α-szintű pontjai a lehető legkisebb négyzetes eltérést mutassanak.

A halmazalakot a referenciapontnál két részre (élre), egy bal oldalira és egy jobb oldalira bontják úgy, hogy mindkét él tartalmazza a referenciapontot és az alakzatot a saját oldalán definiáló töréspontokat. Ezután a két élre külön-külön, csak az adott oldal töréspontjainak megfelelő α-szinteken végezik el a számításokat. Ez a megközelítés kis számításigényű annak következtében, hogy mindkét oldalon csak a feltétlenül szükséges α-szintszámmal kell dolgozni. Az így meghatározott pontok lesznek az új halmaz karakterisztikus pontjai. A tagsági függvény fennmaradó részét úgy kapják meg, hogy a karakterisztikus pontokat egyenesekkel kötik össze.

A számítások során csak a karakterisztikus pontok abszcisszáinak meghatározása szükséges, az ordináta értékek azonosak az ismert halmazok megfelelő karakterisztikus pontjainak ordináta értékeivel. A módszer a legnagyobb α-szintű vágattól indul az α=0 szint irányába. A két él közös pontjaként megjelenő referenciapont abszcisszáját az interpoláció helye, míg tagsági értékét a partícióra jellemező legmagasabb α-szint határozza meg.

A FEAT-LS eljárás legfontosabb előnyös tulajdonsága alacsony számításigénye és alakzatmegőrző képessége. Bár alapvetően arra az esetre lett kidolgozva, amikor a partíció minden fuzzy halmaza azonos alakzattípusba tartozik, de mivel a módszer α-vágat alapú, így vegyes alakzatok esetén is képes értelmezhető eredmény előállítására. Az egyetlen megkötés az, hogy minden halmaz magassága azonos kell legyen. Ezeken kívül eljárás extrapolációs képességgel is rendelkezik.

Legkisebb négyzetek elvén alapuló egyszabályos következtetés

A *Johanyák és Kovács* (2006c) által megalkotott legkisebb négyzetek elvén alapuló egyszabályos következtetés (Single rUle REasoning based on the method of Least Squares, SURE-LS) α-vágatonként haladva a konzekvens partícióra jellemző halmazalaktípus megőrzésével oldja meg a szabálymódosításos következtetés feladatát.

Első lépésben összeállítják azon α-szintek halmazát, amelyek tartalmazzák az összes antecedens- és konzekvens dimenzióban a töréspontok jellegzetes magasságait szakaszonként lineáris halmazalak esetén, illetve a karakterisztikus pontoknak megfelelő szinteket más nyelvi érték alakoknál.

A számítások további részét külön-külön végzik el a referenciapont tagsági szintjénél szétválasztott bal és jobb oldali élre. Először minden antecedens dimenzióban minden α-szintre meghatározzák az interpolált szabály antecedens α-vágatának alsó végpontja és a megfigyelés halmaz α-vágatának alsó végpontja közti eltérést (*8. ábra*).

8. ábra

Megfigyelés (A*) és antecedens (A^i_i) halmaz bal oldali eltérése az i. dimenzióban az α-szinten

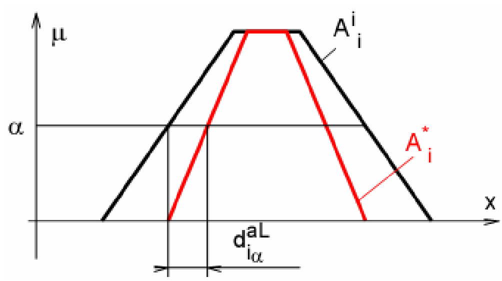


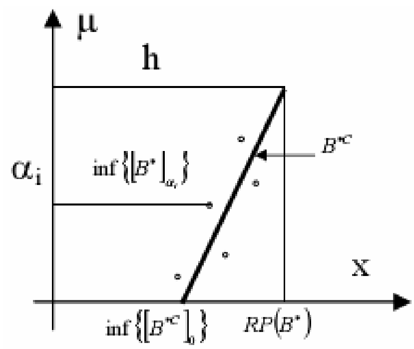
Figure 8: Left Side Deviation between the Observation (A) and the Antecetent (A^i_i) Sets in the ith Dimension at α-Level*

Ezt követően minden α-szintre kiszámítják az átlagos eltérést. A SURE-LS módszernél a szabálymódosítás alapjául szolgáló hasonlóság-értékelést az α-vágatonkénti eltérések segítségével oldják meg. A módszer alapgondolata az antecedens oldalon mért átlagos eltérések megőrzése és alkalmazása a konzekvens oldalon. Ennek tükrében a következményt α-vágatonként a határozzák meg.

A SURE-LS eljárás kifejezetten arra az esetre lett kifejlesztve, amikor a konzekvens partíció minden nyelvi értéke azonos alakzattípusba tartozik. Ezért következő lépésként a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásával megkeresik azt a halmazalalakot, ami illeszkedik a partíció sajátosságaihoz, és emellett a lehető legkisebb vízszintes irányú négyzetes eltéréssel rendelkezik a számított pontoktól (*9. ábra*).

9. ábra

A háromszög bal éle



Forrás (*Source*): *Johanyák* (2007)

Figure 9: The Left Flank of the Triangle

A fentiek következtében a további számítások menete az adott alakzattípustól függ. Például szingleton típus esetén a végeredmény is egy szingleton alakú nyelvi érték lesz, amely a következmény referenciapontja által meghatározott pozícióban helyezkedik el.
A módszer értékeléseként elmondható, hogy mindig érvényes halmazalakot eredményez, és megőrzi a konzekvens partíció jellegzetes halmazalak típusát. Amennyiben a megfigyelés azonos valamely szabály antecedensével, az eljárás nem módosítja a szabály konzekvensét, így biztosított a szabálybázissal való kompatibilitás iránti igény kielégítése. A SURE-LS az α-vágat alapú technikának köszönhetően vegyes alakzatoknál is alkalmazható, amennyiben egy kellően általános befoglaló alakzattípust tudunk definiálni, és az összes fuzzy halmaz úgy antecedens-, mint konzekvens oldalon azonos magasságú. A módszer egy- és többdimenziós antecedenstér esetén egyaránt használható. A következmény fuzzy halmaz egyértékű lesz, amennyiben a konzekvenspartíció minden nyelvi értéke egyértékű. Egyéb esetekben a megfigyelés fuzzyjellegének csökkenése a következmény fuzzyjellegének csökkenését eredményezi.

ÖSSZEGZÉS

Fuzzy szabály-interpoláción alapuló következtetés segítségével olyan esetekben is értelmezhető következmény generálható, amikor a fedő szabálybázist feltételező kompozíciós módszerek nem alkalmazhatóak. Cikkünkben az FSzI általánosított módszertanáról (GM), annak két lépésében alkalmazható négy eljárásról és a GM-et követő három teljes módszerről nyújtottunk rövid áttekintést és értékelést. Az alkalmazott egyenletek ismertetése nélkül csak az alapgondolat és a lényeges lépések bemutatására törekedtünk, megemlítve az előnyös és hátrányos tulajdonságokat.

Összefoglalásként elmondható, hogy a korai FSzI megoldásoktól eltérően mindegyik ismertetett eljárás érvényes halmazalakkal rendelkező következményt eredményez. Az SCM-FPL páros és a FRIPOC bármely, akár szubnormális esetben is alkalmazható, de ennek a nagyobb számításigény az ára. Az α-vágat alapú megoldások csak abban az esetben használhatóak, amikor minden tagsági függvény alak azonos magasságú, és itt is a szakaszonkénti lineáris halmazalakoknál igazán előnyösek. Ez utóbbi esetben a felsorolt lehetőségek közül a LESFRI nyújtja a leggyorsabb eredményt.

KÖSZÖNETNYÍLVÁNÍTÁS

A szerzők köszönetüket fejezik ki az OTKA-nak (K77809) és a Kecskeméti Főiskola GAMF Karának (1KU31) a kutatáshoz nyújtott támogatásért.

IRODALOMJEGYZÉK

Baranyi, P., Kóczy, L.T. (1996): A General and Specialised Solid Cutting Method for Fuzzy Rule Interpolation. In: Journal BUSEFAL. URA-CNRS : Toulouse, France. 66. 13-22. p.

Baranyi, P., Kóczy, L.T., Gedeon, T.D. (2004): A Generalized Concept for Fuzzy Rule Interpolation. In: IEEE Transaction on Fuzzy Systems. ISSN 1063-6706. 12. 6. 820-837. p.

Huang, Z.H., Shen, Q. (2004): Fuzzy interpolation with generalized representative values. In: Proceedings of the UK Workshop on Computational Intelligence. 161-171. p.

Johanyák Zs.Cs. (2006a): Fuzzy halmaz-interpoláció legkisebb négyzetek módszerével. In: Gép 2006/10, 51-57. p.

Johanyák, Zs. Cs., Kovács, Sz. (2006b): Fuzzy Rule Interpolation Based on Polar Cuts. In: Computational Intelligence, Theory and Applications, Springer : Berlin Heidelberg, 499-511. p.

Johanyák, Zs. Cs., Kovács, Sz. (2006c): Fuzzy Rule Interpolation by the Least Squares Method. In: Proceedings of the 7th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence (HUCI 2006), Budapest, Hungary, 495-506. p.

Johanyák, Zs.Cs., Kovács, Sz. (2006d): Fuzzy set approximation using polar co-ordinates and linguistic term shifting. 4th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence (SAMI 2006), Herl'any, Slovakia, 219-227. p.

Johanyák, Zs.Cs., (2007): Fuzzy szabály-interpolációs módszerek és mintaadatok alapján történő automatikus rendszergenerálás, Ph.D. értekezés, Miskolci Egyetem, Hatvany József Informatikai Tudományok Doktori Iskola

Kóczy, L. T., Hirota, K. (1991): Rule interpolation by α-level sets in fuzzy approximate reasoning. In: Journal BUSEFAL, URA-CNRS : Toulouse, France. 46. 115-123. p.

Mamdani, E.H., Assilian, S. (1975): An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. In: International Journal of Man Machine Studies. 7. 1-13. p.

Shen, Z., Ding, L., Mukaidono, M. (1993): Methods of revision principle. In: Proceedings of the 5th IFSA World Congress, Seoul, Korea. 246–249. p.

Shepard, D. (1968): A two dimensional interpolation function for irregularly spaced data. In: Proceedings of the 23rd ACM International Conference, New York, USA, 517-524. p.

Takagi, T., Sugeno, M. (1985): Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, in IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics. 15. 116-132. p.

Tikk, D., Baranyi, P. (2000): Comprehensive analysis of a new fuzzy rule interpolation method. In: IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 8. 281-296. p.

Yan, S., Mizumoto, M., Qiao, W.Z. (1996): An Improvement to Kóczy and Hirota's Interpolative Reasoning in Sparse Fuzzy Rule Bases. In: International Journal of Approximate Reasoning. 15. 185-201. p.

Zadeh, L. A. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. In: IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics. 3. 28-44. p.

Levelezési cím (*Corresponding author*)

Berecz Antónia
Dennis Gabor Applied University, Institute of Technology and Principle Science
H-1115 Budapest, Etele út 68.
Gábor Dénes Főiskola, Műszaki és Alaptudományi Intézet
1115 Budapest, Etele út 68.
Tel.: 36-1-203-0304/8051
e-mail: berecz@gdf.hu