



## Új termék elfogadásának determinisztikus és sztochasztikus modelljei

Orova<sup>1</sup> L.-né, Komáromi<sup>2</sup> A.

<sup>1</sup> Szent István Egyetem GK Informatika Tanszék, 2100 Gödöllő, Páter K. u 1.

<sup>2</sup> Budapesti Corvinus Egyetem, 1093 Budapest IX., Fővám tér 8.

### ÖSSZEFOGLALÁS

*A piac szereplői újabb és újabb termékek kifejlesztésével tudják versenyképességüket megőrizni. A gyártó cégeknek termelési stratégiájuk, a forgalmazóknak pedig választékpolitikájuk kialakításában nagy segítséget nyújt, ha megalapozott módon becsülhetik meg, mekkora keresletre számíthatnak, és hogy ez időben hogyan alakul. A viszonylag hosszú távú előrejelzés determinisztikus matematikai modell segítségével kísérhető meg, mely elsősorban a gyártásnak nyújthat támpontot, forgalmazás szempontjából azonban előtérbe kerülhet a váratlan, véletlenszerű események hatása is, melyekre a rövidtávú előrejelzést lehetővé tevő sztochasztikus matematikai modell alkalmazható. Dolgozatunkban a modellek rövid összefoglalása után egy élelmiszeripari példát elemezzük. Havi vállalati adatokat tartalmazó idősorokat dolgoztunk fel, melynek során új ízesítésű alkoholos ital értékesítésének időbeni alakulásával kapcsolatos vizsgálatokat folytattunk. A vizsgálatok során felhasználtuk az új termékek bevezetésére széles körben alkalmazott determinisztikus, diffúziós Bass modellt, valamint a (főleg árfolyamok, tőzsdei papírok erősen ingadozó idősorainak rövidtávú modellezésében alkalmazott) sztochasztikus modellt, mellyel az új termék bevezetését AutóRegreszív és MozgóÁtlagolású (ARMA) folyamatként kezeltük.*

(Kulcsszavak: Új termék elterjedése, Bass modell, ARMA)

### ABSTARCT

#### Deterministic and Stochastic Models of New Product Adoption

L.-né Orova<sup>1</sup>, A. Komáromi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Szent István University FME Department of Informatics, H-2100 Gödöllő, Páter K. u 1.

<sup>2</sup>Corvinus University of Budapest, H-1093 Budapest IX., Fővám tér 8.

*Participants of the market retain their good position on the market by developing new and modern products. Valid estimation of the demand can help manufacturers to develop the output strategy and dealers to find the proper product selection policy. Long-term forecasts can support production by deterministic mathematical models above all but unexpected and random effect come to the front in the case of bringing in the good. Stochastic mathematical models are available for short-term forecast in the latter case. In this paper, we analyse an example from food industry after a short summary of different models. The time series of monthly data of a company has been processed and a study was made about the sale rate of a kind of new spiced alcoholic drink in time. We applied the well known deterministic new product diffusion model of Bass and the stochastic models of autoregressive and moving average processes which are widely applied for modelling the strongly fluctuating time series of rates and stock market in our research.*

(Keywords: diffusion of new product, Bass model, ARMA)

## BEVEZETÉS

Az új termék, technológia elterjedésének ismerete nélkülözhetetlen a termelő cégek számára, ezért külföldi és hazai kutatók már évtizedek óta tanulmányozzák az innováció diffúzióját. Az innováció fogalmkörébe az új terméken, technológián kívül az új piac, beszerzési forrás, valamint új szervezet létrehozását vagy felfedezését már *Schumpeter* (1930) is beleértette.

A technológiai újítások terjedésének vizsgálata a magyar kutatókat is régóta foglalkoztatja, példa erre Eötvös Lóránd báró és Bucsy Béla munkássága, akik e témakörben Fejlődéelmélet címmel közös egyetemi jegyzetet írtak 1919-ben.

Az innováció diffúziójaként *Rogers* (1983) egy olyan folyamatot definiál, melynek során az innováció a társadalom tagjai között bizonyos kommunikációs csatornákon keresztül idővel ismertté válik. A diffúziós folyamat négy alapvető összetevőjének az innovációt, az időt, a kommunikációs csatornát, valamint az adott társadalmi rendszert tekinti. (*Rogers* az innovációt szélesebb körben értelmezi, mint *Schumpeter*).

Egy innováció elfogadásának különböző szakaszai figyelhetők meg: megismerés, érdeklődés, értékelés, kipróbálás, elfogadás. *Rogers* különböző empirikus kutatások alapján az egyéneket csoportokba osztotta

- I. Innovátorok,
- II. Korai elfogadók,
- III. Korai többség,
- IV. Késői többség,
- V. Lemaradók,

annak függvényében, hogy milyen ütemben adoptálják az újítást (1. ábra).

1. ábra

### Rogers-féle elfogadási görbe

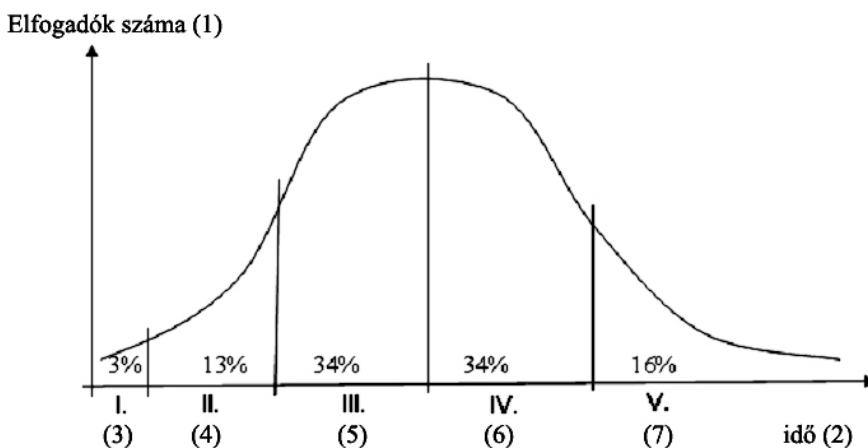


Figure 1: Innovation adoption curve (Rogers, 1962)

Number of adopters(1), Time(2), I. Innovators(3), II. Early Adopters(4), III. Early Majority(5), IV. Late Majority(6), V. Laggards(7),

### Diffúzió terjedésének modellezése

A diffúziós modellek célja, hogy egyszerű matematikai összefüggéssel adja meg az innováció bevezetésétől eltelt idő függvényében az innováció terjedésének mértékét a várható „elfogadók” adott körében.

Az elfogadó az, aki megvásárolja és használja az új terméket. Tartós fogyasztási cikkeknel az első vásárlás veendő számításba, más cikkeknel természetesen a vásárlás meg is ismétlődhet. Az elfogadó lehet egy személy, család, vagy egy csoport is, az innovációtól függően. Egy általános diffúziós modell tartós fogyasztási cikk egyszeri megvásárlásával foglalkozik. A teljes piac,  $TM(t)$ , három részre, szegmensre tagolódik:

1. Jelenlegi piac,  $N(t)$ , azok az elfogadók, akik az adott időpontig már vásároltak az új termékből.
2. Potenciális piac,  $P(t)$ , tud a termékről s megvásárolja azt az adott időpontban. Valójában azon halmaz része, akik tudnak a termékről, érdeklődnek iránta, meg is tudják venni a terméket:  $TN(t)$ , s az adott időpontban meg is vásárolják azt.  $P(t)=TN(t)-N(t)$
3. Az érintetlen piac,  $TM(t)-TN(t)$ , mely vagy nem tud az innováció létezéséről, vagy valamilyen oknál fogva nem számítható az innováció lehetséges fogyasztójának az adott időpontban.

A diffúziós folyamat során az érintetlen piac tagjaiból válnak ki a potenciális piac tagjai, akikből aztán a vásárlás során a jelenlegi piacot bővítő egyének kerülnek ki. Az idők folyamán minden szegmens nagysága változik.

Különböző elképzelések vannak a felől, hogy mi a szegmensek változásának mozgatórugója különös tekintettel arra a mozgásra, mely az egyik szegmensből a másikba irányul. Tapasztalatok alapján az innováció-elfogadás mértékének időbeli alakulása S alakú görbét eredményez, azaz kezdetben kevés új terméket vásárolnak az innovátorok (a Rogers-féle terminológia alapján), majd a korai elfogadók és a korai többség vásárlásai miatt erősen megemelkedik a görbe, a késői többség, de különösen a „lemaradók” vásárlása következtében a görbe ellaposodik.

Modellezésre már a francia *Trade* 1903-ban is ezt az S alakú diffúziós görbét ajánlotta *Láng* (2003). Véleménye szerint a vezető, vélemény-irányító egyéneket utánozzák a többiek, (opinion leader), de később az S görbén alapuló diffúziós modellek több csoportja is kifejlődött: strukturált, valamint kapcsolati diffúziós hálózatok, melyek az egyén társadalmi kapcsolatain nyugszanak és küszöb- és kritikus tömeg modellek, melyek az elfogadók ill. elfogadások mértékétől teszi függővé az újabb elfogadásokat. *Valente* (1995)

A strukturált diffúziós hálózatok feltevése, hogy az egyes társadalmi csoportok közötti innováció átvételére a kiterjedt gyenge kapcsolatokkal rendelkező személyek alkalmasak. A kapcsolati diffúziós modell szerint az innováció terjedési sebességét a társadalom tagjainak személyes kapcsolatai határozzák meg. Ezen belül vannak olyan feltevések, hogy az információk először egy meghatározott réteghez jutnak el, csak utána a többiekhez, vagy a csoporton belül az információ állandó sebességgel halad, illetve az ego hálók mérete határozza meg az innováció terjedését, valamint az úgynevezett személyes érintettségi modell, melynek feltételezése, hogy az egyén elfogadását az határozza meg, hogy a személyes környezetében vannak-e jó tapasztalatok. Új termék bevezetésének ilyenfajta vizsgálatához számos szociológiai tanulmány kapcsolódik.

A küszöb- és kritikus tömeg modellek vizsgálatához globális adatok szükségesek, melyek a gyakorlatban jobban rendelkezésre állnak, a klasszikus modellek és e modellek kiterjesztései ilyen típusúak, alapjukat a piaci szegmensek méretének időbeni változása adja *Mahajan és Müller* (1979).

*Bass modell*

Bass modell (1969) feltételezi, hogy egy vásárló csak egy egységet vásárol és a teljes, valamint a potenciális piac mérete állandó. ( $TM(t)=const.$ ,  $TN(t)=m$ ). A tömegkommunikáció hatására vásárolnak kezdetben az innovátorok, és személyes beszélgetés hatására az imitátorok. (Sikeres erőfeszítések történtek a Bass kiterjesztésére a megszorítások enyhítése érdekében. Heeler (1980)

Az alapfeltételezés szerint annak a valószínűsége, hogy új vásárló vásárol egy adott időpontban, az addigi vásárlások lineáris függvénye.

$$P(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = p + qF(t),$$

ahol:

- $f(t)$  a t időpontban történő vásárlás feltétel nélküli valószínűsége,
- $F(t)$  a t ideig történő összes vásárlás valószínűsége.
- $p$  az innovációra jellemző paraméter (az első vásárlás valószínűsége t=0-ban)
- $q$  az imitációra jellemző paraméter és

$$F(0)=0, \text{ valamint } F(T) = \int_0^T f(t)dt.$$

Adott időpontban a vásárlás valószínűsége:

$$f(t)=(1-F(t))*(p+qF(t))=p+(p-q)F(t)-qF(t)^2,$$

ahol:

- adott időpontban a vásárlások:  $Y(t)=mf(t)$  és
- az adott időpontig az összes vásárlás:  $N(t)=mF(t)$ , ahol  $m$  potenciális piac vásárlása a termék teljes élettartama alatt.

Az adott időpontban a vásárlások a fenti egyenletek alapján:

$$Y(t) = mp + (q - p)N(t) - \frac{q}{m} N(t)^2$$

A termék sikeres,  $q > p$  esetén.

A legnagyobb elfogadás mértékét,  $Y(t_{max})$ , és időpontját,  $t_{max}$ , a kiindulási feltételezésen alapuló összefüggésekből levezetve alábbiak szerint adódik:

$$Y(t_{max}) = \frac{m(p+q)^2}{4q} \quad t_{max} = \frac{1}{p+q} \ln\left(\frac{q}{p}\right),$$

Több adatsor vizsgálata alátámasztotta a gyakorlatban a fenti összefüggések helyességét.

Az idősorok vizsgálatokor a folytonos modell helyett célszerű diszkrét időintervallumokat vizsgálni, így a T-edik időintervallumban az új elfogadás valószínűsége:

$$\frac{Y(T)}{m - N(T-1)} = p + q \frac{N(T-1)}{m}$$

ahol:

- $Y(T)$  az új elfogadások száma a t-edik időintervallumban.
- $N(T-1)$  a t<T-1 időtartamban a cummulatív elfogadások száma.

A fenti képletből az alábbi, gyakorlatban is jól használható összefüggés adódik:

$$Y(T) = mp + (q - p)N(T-1) - \frac{q}{m} N(T-1)^2$$

A diffúzióra jellemző paraméterek.  $p$ ,  $q$ , és  $m$  meghatározhatók a valós adatsorokból nyert  $Y(T)$  és  $N(T-1)$  értékpárookra a legkisebb négyzetek módszerével illesztett másodfokú polinommal, hiszen a fenti egyenlet felírható az alábbi formában:

$$Y(T)=a+bN(T-1)+c[N(T-1)]^2,$$

ahonnan

$$q=-mc, \quad p=a/m \quad \text{és} \quad m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c},$$

$m>0$ ,  $b \geq 0$ ,  $c>0$  feltétel teljesülése mellett.

Valós adatsor alapján meghatározott paraméterek lehetővé teszik a termék jövőbeni elfogadásának előrejelzését.

Az innováció diffúziójának Bass modelljét eredményesen alkalmazták többféle termékre, különböző országokban, a modell elterjedtségének egyik mutatója, hogy a különböző országokban, többféle termékre meghatározott  $p$  és  $q$  értékek alapján tanulmányozzák a diffúzió sebességének változását országok és termékek között Blute (2002).

A Bass modellt alkalmazva egy termékre, a megfigyelés időtartamától függően eltérő eredmények adódnak a főbb paraméterekre. A jelenség magyarázható azzal, hogy a körülmények változnak, ezért elméleti kutatások folynak a Bass modell sztochasztikus megfogalmazására Niu (2002).

#### Sztochasztikus idősormodellek

Gyakorlati alkalmazásokban műszaki területeken évtizedek óta használják a sztochasztikus idősormodelleket, melynek lényege, hogy egy független változót viszonyítanak saját múltbeli értékeihez és véletlen hibáihoz. Az utóbbi évtizedekben más területeken, pl. az ökonometriában is sikeresen alkalmazzák rövidtávú előrejelzésekre, például árfolyamok, tőzsdei papírok erősen ingadozó idősorainak vizsgálatában. Felmerül a kérdés, lehetséges-e az innováció diffúzióját ilyen módon eredményesen modellezni.

Az idősormodelleknél az idősort trend ( $T_t$ ), szezonális ( $S_t$ ) és sztochasztikus ( $u_t$ ) komponens alkotja Ramanathan (2002):

$$Y_t = T_t + S_t + u_t$$

Az effajta modellezés célja megállapítani, hogy mi határozza meg a folyamatot:

- a vizsgált jelenség függ-e korábbi értékétől, megfigyelhető-e öröklődés, amit időben független véletlen változó zavar, (ami maga is beépül a folyamatba, autoregresszív modell: AR)
- valamilyen véletlen külső lökések határozzák meg a folyamatot, melyek hol feltűnnek, hol elhalnak és a folyamat egyáltalán nem emlékszik ezekre a külső hatásokra (mozgóátlag modell: MA)

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_q Y_{t-q}$$

- ezen hatások kombinációja figyelhető meg (autoregresszív és mozgóátlagolású modell: ARMA), esetleg szezonális hatásokkal.

Célunk a determinisztikus Bass modell és a sztochasztikus ARMA modell alkalmazhatóságának vizsgálata előrejelzésre új élelmiszeripari termék esetén.

## ANYAG ÉS MÓDSZER

Az innováció diffúzióját egy élelmiszeripari termék, új ízesítésű alkohol kapcsán vizsgáltuk. Rendelkezésünkre a gyártó havi kiszállítási álltak 1995. októberétől 2003. októberéig, mely jelen esetben majdnem egy teljes termék-életgörbét jelent.

Az adatsorra adaptáltuk a Bass modellt, 4 év adatait vettük figyelembe, s a meghatározott paraméterek alapján 4 évre előrejelzést végeztünk.

Sztochasztikus modell felírásához a Box-Jenkins módszert, a számolási munkák egyszerűsítése érdekében az Eviews ökonometriai programcsomagot alkalmaztuk. Az ex post előrejelzés mintája a 7 éves adatsor havi adatai, az előrejelzési periódus 1 év. A stacionaritást az Eviews program beépített lehetőségével teszteltük. A folyamat valószínű jellegét korrelogram alapján határoztuk meg, majd különböző trendet és folyamatot (ARMA), feltételezve megvizsgáltuk az illeszkedés és a modell „jószágát” különböző kritériumok alapján.

A sztochasztikus előrejelzést összehasonlítottuk a valós adatokkal, valamint a Bass modell alapján kapott előrejelzéssel.

## EREDMÉNY ÉS ÉRTÉKELÉS

A determinisztikus Bass modell paramétereire a 4 éves havi adatokat alapul véve (2. ábra):  $m=1\,425\,144$ , azaz ennyi a potenciális piac összes felvevőképessége, az innovációs tényező,  $p=0,0042$  és az imitációs tényező  $q=0,043$ .

Átfogó felméréseket végeztek különböző termékek elterjedésének vizsgálatára, melynek során meghatározták különböző termékek Bass-féle paramétereit *Lilien* (1999). Körülbelül 10 évre vonatkozó adatokat dolgoztak fel s az innovációs tényezőre átlagosan 0,040, az imitációs tényezőre pedig 0,398-at kaptak. Ezek az értékek egy nagyságrenddel nagyobbak, mint a jelen modellezés eredménye, de a tényezők érzékenyek a mintavételi gyakoriságra, amiben 12 szerez különbség van, mivel mi havi adatokkal dolgoztunk a minél pontosabb előrejelzés érdekében, s nem utolsó sorban azért, hogy a havi adatokat alapul vevő sztochasztikus előrejelzéssel össze lehessen hasonlítani a determinisztikus modell eredményét. (Éves adatokon  $p=0,048$  és  $q=385$ , s ez megfelel *Lilien* felmérésének is.)

### 2. ábra

Négy éven alapuló Bass-féle előrejelzés

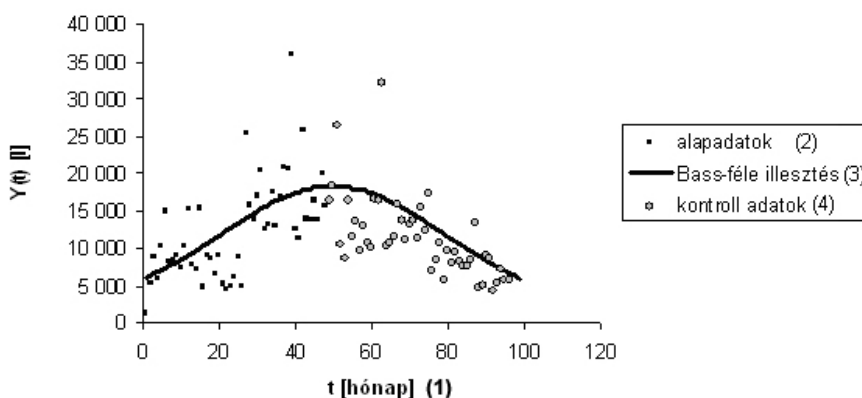


Figure 2: Bass model forecast based on four years data

Time [month](1), Base data(2), Fitted Bass function(3), Control data(4),

A legjobbnak talált sztochasztikus modell a másodrendű autóregresszív és másodrendű mozgóátlag modell: SARIMA(0,12,0)(2,0,2), melynél 12 hónapos szezonális hatás kiszűrésével sikerült a modellezés érdekében stacionáriussá tenni az adatsort. A folyamat Megfigyelhető továbbá, hogy 1997. 12. hó és 2001. 12. hó között magasabb volt a kibocsátások átlaga, mint az idősor elején és végén, ezt egy „dummy” változóval kezeltük, s így a trendfüggvény egy három szakaszból álló konstansfüggvény lett, amire jó illeszkedést kaptunk. A eredeti adatsor és az előrejelzés a 3. ábrán látható.

### 3. ábra

#### ARMA előrejelzés

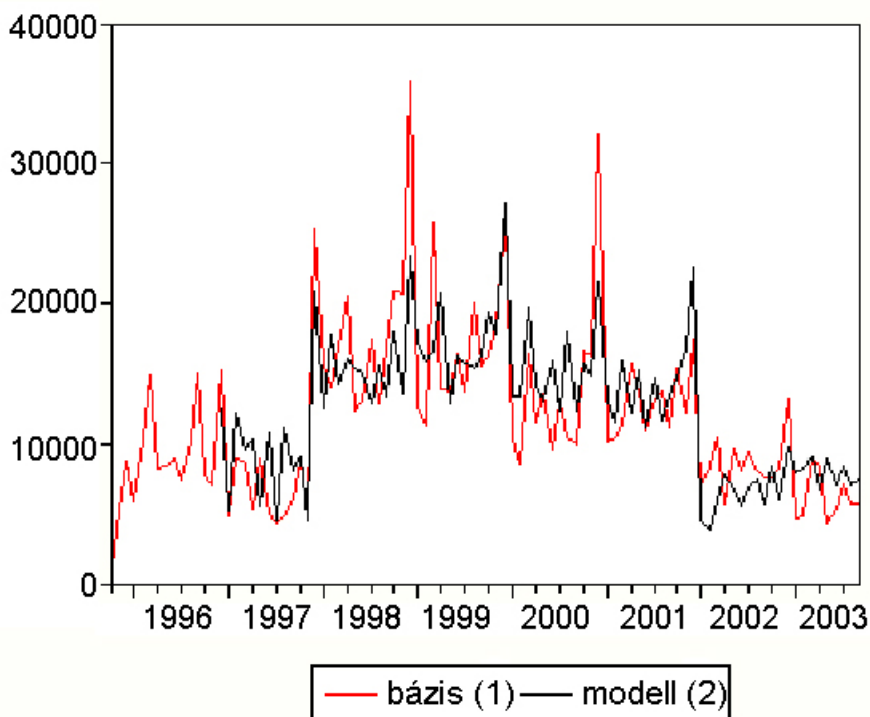


Figure 3: ARMA trend prediction

Base(1), Model(2)

A kétféle előrejelzés eredményének szemléletes összehasonlítása: 4. ábrán látható. Megfigyelhető, hogy az előrejelzett értékek nagyobbak mindkét módszernél, mint a ténylegesek. A sztochasztikus előrejelzés az első négy hónapra jobb közelítést eredményez, mint a Bass modell, tekintetbe véve azonban azt a tény, hogy a Bass modellnek ez a negyedik előrejelzett éve, megállapítható, hogy hosszútávú előrejelzésre ezen élelmiszeripari termék esetén sikeresen alkalmazható a tartós fogyasztási cikkek vizsgálatára kifejlesztett Bass modell.

#### 4. ábra

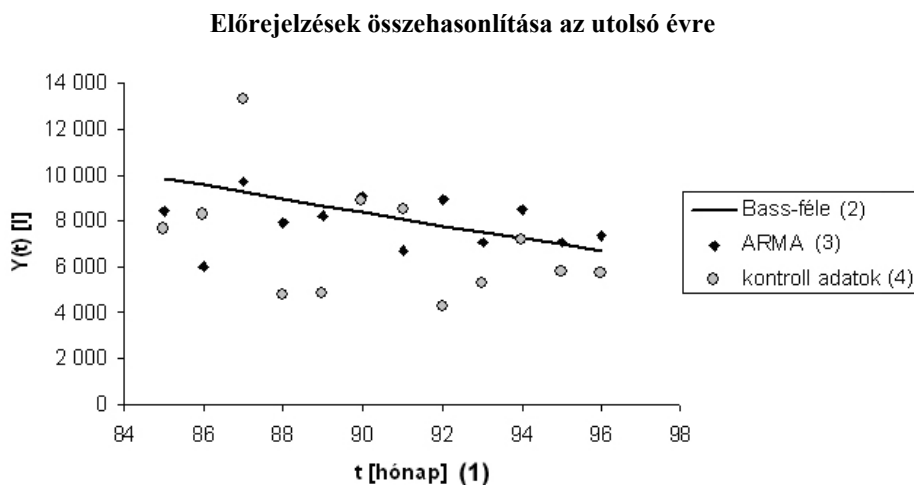


Figure 4: Comparison of last year forecasts

Time [month](1), Bass(2), ARMA(3), Control data(4)

### KÖVETKEZTETÉSEK

A viszonylag hosszú távú előrejelzés a determinisztikus Bass modell segítségével eredményesnek bizonyult, ami elsősorban az új termék gyártóinak nyújthat támpontot, forgalmazás szempontjából azonban a sztochasztikus ARMA modell nyújt megbízható előrejelzést, a havi ingadozásokra érzékenyen.

### IRODALOM

- Bass F. (1969). A New Product Growth Model for Consumer Durables Management Science 15 (January), 215-227.
- Heeler R.M., Hustad T.P. (1980). Problems in Predicting New Product Growth for Consumer Durables, Management Science, 26(10)
- Láng S., Letenyei L., Siklós V.(2003). Információs technológia és helyi társadalom. Budapest, BKÁE, II. kötet 5-28. [www.socialnetwork.hu](http://www.socialnetwork.hu)
- Lilien G.L., Blute M. (1999). Diffusion Models: Managerial Application and Software, ISBM Report 7-1999, Institute for the Study of Business Markets, 7.
- Mahajan V., Müller E. (1979). Innovation Diffusion and New Product Growth Models In: Marketing, Journal of Marketing, 233-247.
- Ramanathan R. (2002). Introductory Econometrics with Application, Panem Könyvkiadó : Budapest, 531-541.
- Rogers E. (1995). Diffusion of Innovations Fourth Edition, The Free Press, New York, 263-268.
- Schumpeter J. (1987). Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung, Berlin, Drucker & Humblot.



- Shun-Chien Niu (2002). A stochastic Formulation of the Bass Model of New-Product Diffusion, In: *Mathematical Problems in Engineering*, 2002, 8. 3. 249-263.
- Valente T. (1995). *Network Models of the Diffusion of Innovations*. New Jersey : Hampton Press

Levelezési cím (*Corresponding author*):

**Orova Lászlóné**

Szent István Egyetem, GK, Informatika Tanszék

2100 Gödöllő, Páter K. u. 1

*Szent István University, FME Department of Informatics*

*H-2100 Gödöllő, Páter K. u. 1.*

Tel.: 36-28-522-051

e-mail: [orova.laszlone@gek.szie.hu](mailto:orova.laszlone@gek.szie.hu)